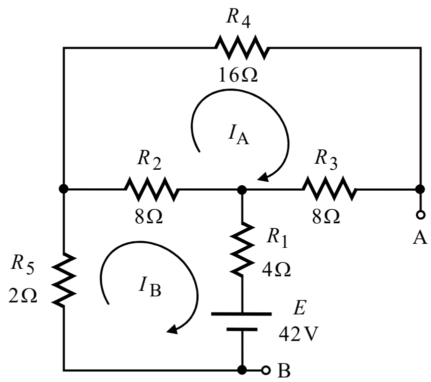
פתרון מלא לבחינת מה״ט בתורת החשמל – קיץ 2019 מועד א׳

שאלה 1

הקדמה: נוח יהיה לפתור שאלה זו בעזרת הפעלת משפט תבנין על הדקי הנגד R_L (הדקים AB), שכן המתח המבוקש בסעיף א׳ הינו למעשה מתח תבנין, וההתנגדות המבוקשת בסעיף ב׳ הינה למעשה התנגדות תבנין, וכפי שנראה במהלך הפתרון.

א. **חישוב מתח תבנין:**

נשרטט את המעגל המתקבל במצב של מפסק פתוח:



ניעזר בשיטת זרמי החוגים על מנת לפתור את המעגל (נציין שניתן היה לפתור מעגל זה גם ללא שיטה לפתרון מעגלים, על ידי חישוב התנגדות שקולה, זרם כללי, וכן הלאה). נרשום את משוואות החוגים:

חוג A: $$(R_2+R_3+R_4)I_A \quad -R_2\cdot I_B = 0$$

חוג B: $$-R_2\cdot I_A \quad +(R_1+R_2+R_5)I_B = -E$$

נציב ערכים:

חוג A: $$(8+8+16)I_A \quad -8\cdot I_B = 0$$

חוג B: $$-8\cdot I_A \quad +(4+8+2)I_B = -42$$

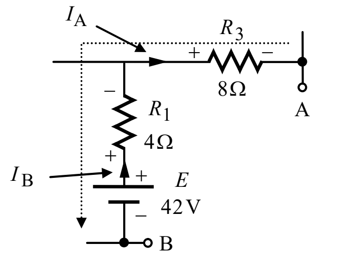
פתרון המשוואות נותן:

$$I_A = -0.875(A)$$

$$I_B = -3.5(A)$$

קיבלנו תוצאות שליליות, מה שאומר שכיוונם של שני זרמים אלה הוא הפוך להנחה ההתחלתית.

נמצא את המתח בין A ל-B בעזרת מסלול מתחים בין שתי נקודות אלו. נתאר את המסלול שבחרנו:



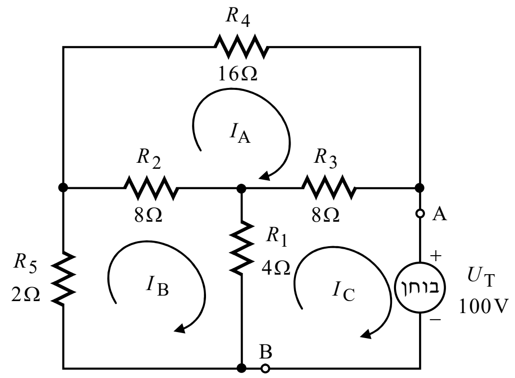
קוטביות מתחי הנגדים נקבעה על פי כיוון הזרם דרכם (בנגד, נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן חיובי). מכאן:

$$U_{AB} = -U_{R_3} - U_{R_1} + E = -I_A R_3 - I_B R_1 + E = -0.875 \cdot 8 - 3.5 \cdot 4 + 42 = 21(\text{V})$$

המתח שמצאנו הינו כאמור גם המתח אותו ביקשו בשאלה, וגם **מתח תבנין**.

<u>חישוב התנגדות תבנין:</u>

נקצר את מקור המתח, נניח מקור בוחן בין ההדקים AB, ונשרטט את המעגל המתקבל:



ביאור: במעגל זה, חישוב ההתנגדות הנראית על ידי המקור בוחן מצריך המרת משולש-כוכב. במקרה זה עומדות לפנינו שתי אפשרויות – או לבצע המרת משולש-כוכב, או לחשב התנגדות שקולה בעזרת "שיטת מקור בוחן". בחרנו באפשרות השנייה.

בדרך זו, יש לתת ערך שרירותי למקור הבוחן (בחרנו 100V), ולחשב את גודל הזרם העובר דרך המקור. היחס בין מתח המקור לזרם דרכו, הוא ההתנגדות השקולה שאותה רואה המקור. נפתור שוב בזרמי חוגים. נרשום את משוואות החוגים:

חוג A: $(R_2 + R_3 + R_4) I_A \quad - R_2 \cdot I_B \quad - R_3 \cdot I_C = 0$

חוג B: $-R_2 \cdot I_A \quad + (R_1 + R_2 + R_5) I_B \quad - R_1 \cdot I_C = 0$

חוג C: $-R_3 \cdot I_A \quad - R_1 \cdot I_B \quad + (R_1 + R_3) I_C = -100$

נציב ערכים:

חוג A: $(8+8+16) I_A \quad -8 \cdot I_B \quad -8 \cdot I_C = 0$

חוג B: $-8 \cdot I_A \quad +(4+8+2) I_B \quad -4 \cdot I_C = 0$

חוג C: $-8 \cdot I_A \quad -4 \cdot I_B \quad +(4+8) I_C = -100$

פתרון המשוואות נותן:

$I_A = -5.357(A)$

$I_B = -7.142(A)$

$I_C = -14.285(A)$

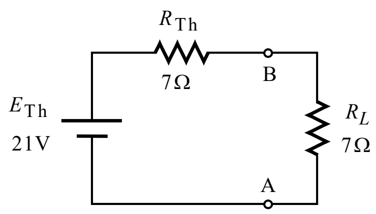
הזרם העובר דרך המקור בוחן הוא I_C. זהו הזרם הכללי של המעגל. מכאן:

$$R_{Th} = R_{AB} = \frac{U_T}{I_C} = \frac{100}{14.285} = 7(\Omega)$$

ב. התנאי להעברת הספק מקסימלי במעגלי זרם ישר הוא:

$R_L = R_{Th} = 7(\Omega)$

ג. נחבר את נגד העומס למעגל תבנין שקיבלנו, ונחשב את ההספק שלו:

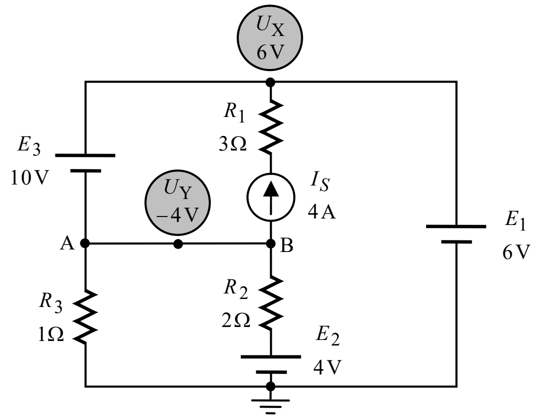


$$I_{R_L} = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{21}{7+7} = 1.5(A)$$

$$P_{R_L} = {I_{R_L}}^2 \cdot R_L = 1.5^2 \cdot 7 = 15.75(W)$$

שאלה 2

א. נשרטט את המעגל, נסמן את מתחי הצמתים, ולאחר מכן נבאר:



מתחי הצמתים הם כידוע המתחים בין הצמתים לאדמה. במעגל זה, באופן מקומי, ניתן לקבל בקלות את מתחי הצמתים, בעזרת מסלולי מתחים בין הצמתים לאדמה (ללא צורך בהפעלת שיטת מתחי הצמתים), באופן הבא:

- המתח U_X התקבל על ידי הליכה במסלול מצומת זה, דרך E_1, לאדמה:

$$U_X = +E_1 = 6(V)$$

- המתח U_Y התקבל על ידי הליכה במסלול מצומת זה, דרך E_3, E_1, לאדמה:

$$U_Y = -E_3 + E_1 = -10 + 6 = -4(V)$$

נעיר שהמתח U_Y הינו המתח בשני הצמתים A ו-B שסומנו בשאלה, שכן שני צמתים אלה הם למעשה אותו צומת מבחינה חשמלית (שהרי ביניהם מפריד חוט קצר חסר התנגדות).

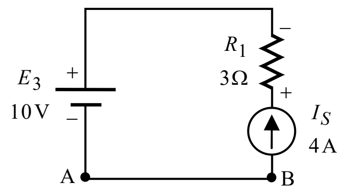
ניגש כעת אל המבוקש בשאלה. נחשב תחילה את הזרם העובר דרך R_2:

$$I_{R_2} = \frac{E_2 - (-U_Y)}{R_2} = \frac{4-(-4)}{2} = 4(A)$$

כיוונו של זרם זה הוא כלפי מעלה (מהפוטנציאל הגבוה לנמוך). התבקשנו לחשב את הוריית מד הזרם. זרם זה הוא הזרם דרך חוט הקצר AB. נוכל לקבל זרם זה בקלות, בעזרת הפעלת חוק הזרמים של קירכהוף על צומת B:

$$I_{AB} = I_{R_2} - I_S = 4 - 4 = 0(A)$$

ב. נחשב את המתח הנופל על מקור הזרם בעזרת מסלול מתחים בין הדקיו. נצא מראש החץ ונעבור דרך R_1 ו- E_3. נתאר את קטע המסלול:



קוטביות המתח של R_1 נקבעה על פי כיוון הזרם דרכו (בנגד, נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן חיובי). מכאן:

$$U_{I_S} = +U_{R_1} + E_3 = I_S \cdot R_1 + E_3 = 4 \cdot 3 + 10 = 22(V)$$

קיבלנו תוצאה חיובית, מה שאומר שמקור הזרם **ספק** (קביעה זו נכונה כאשר יוצאים למסלול **מראש החץ** של מקור הזרם, וכפי שעשינו).

ג. נחשב תחילה את ההספק של מקור הזרם:

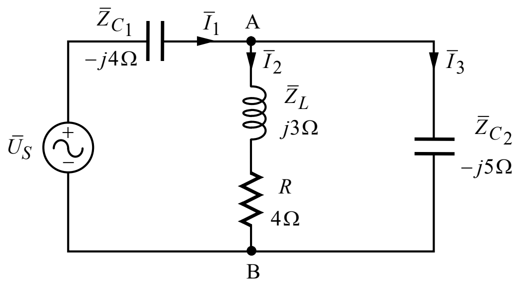
$$P_{I_S} = U_{I_S} \cdot I_S = 22 \cdot 4 = 88(\mathrm{W})$$

נחשב את האנרגיה במשך 2 דקות, שהם 120 שניות:

$$W_{I_S} = P_{I_S} \cdot t = 88 \cdot 120 = 10560(\mathrm{J})$$

שאלה 3

א.



נתון שההספק הפעיל הכללי הוא $P=16\text{W}$. כידוע ההספק P הוא ההספק של הנגדים במעגל. במקרה זה יש לנו נגד אחד במעגל. מכאן שההספק P הכללי הנתון, הוא ההספק של אותו הנגד. נחשב בעזרתו את גודל הזרם דרך הנגד:

$$P=I_2{}^2R \qquad \Rightarrow$$

$$I_2=\sqrt{\frac{P}{R}}=\sqrt{\frac{16}{4}}=2(\text{A})$$

ניתָן לתת לגודל הראשון שאנו מחשבים (מתח או זרם) זווית מופע כרצוננו (ובלבד שלא נתונה בשאלה הזווית של אחד המתחים או הזרמים). במקרה שלנו נתון בשאלה כי יש לתת לזרם I_2 זווית אפס. נחשב את המתח U_{AB}, ומשם נמשיך הלאה אל המבוקש בשאלה:

$$\bar{U}_{\text{AB}}=\bar{I}_2\left(R+\bar{Z}_L\right)=(2\angle 0°)(4+j3)=10\angle 36.869°(\text{V})$$

$$\bar{U}_{Z_{C_2}}=\bar{U}_{\text{AB}}=10\angle 36.869°(\text{V})$$

$$\bar{I}_3=\frac{\bar{U}_{Z_{C_2}}}{\bar{Z}_{C_2}}=\frac{10\angle 36.869°}{-j5}=2\angle 126.869°(\text{A})$$

$$\bar{I}_1=\bar{I}_2+\bar{I}_3=2\angle 0°+2\angle 126.869°=1.788\angle 63.434°(\text{A})$$

ב.

$$\bar{U}_{Z_{C_1}}=\bar{I}_1\cdot\bar{Z}_{C_1}=(1.788\angle 63.434°)(-j4)=7.155\angle -26.565°(\text{V})$$

$$\bar{U}_S=\bar{U}_{Z_{C_1}}+\bar{U}_{\text{AB}}=7.155\angle -26.565°+10\angle 36.869°=14.669\angle 11.003°(\text{V})$$

ג.

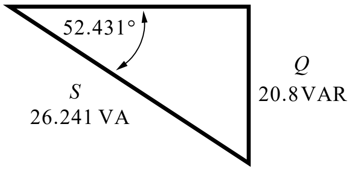
$$\bar{S}_{\text{T}}=\bar{U}_S\cdot\bar{I}_1{}^*=(14.669\angle 11.003°)(1.788\angle -63.434°)=16-20.8j=26.241\angle -52.431°(\text{VA})$$

מכאן:

$$P=16(\text{W})$$

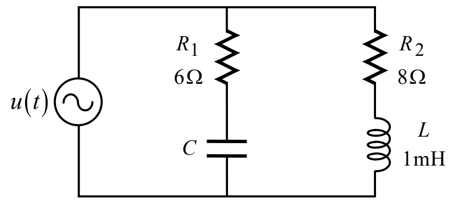
$$Q=20.8(\text{VAR})$$

$$S=26.241(\text{VA})$$



שאלה 4

א.



נתון $u(t)=120\sqrt{2}\sin(8000t)(\mathrm{V})$. מכאן שתדירות המקור היא $\omega=8000\ \mathrm{rad/s}$. נחשב את היגב הסליל:

$$X_L=\omega L=8000\cdot 1\times 10^{-3}=8(\Omega)$$

שאלה זו עוסקת בתהודה במעגל מקבילי מעשי. נחשב את X_C בעזרת המשוואה לתנאי התהודה של מעגל מסוג זה (מופיע בנוסחאון):

$$\frac{X_L}{{R_L}^2+{X_L}^2}=\frac{X_C}{{R_C}^2+{X_C}^2}$$

$$\frac{8}{8^2+8^2}=\frac{X_C}{6^2+{X_C}^2}$$

$$0.0625=\frac{X_C}{6^2+{X_C}^2}$$

$$2.25+0.0625{X_C}^2=X_C$$

$$0.0625{X_C}^2-X_C+2.25=0$$

קיבלנו משוואה ריבועית. פתרונות המשוואה הם:

$$X_{C_1}=13.291(\Omega)$$

$$X_{C_2}=2.708(\Omega)$$

מצאנו שני ערכים **להיגב** הקבל. נמצא את שני הערכים של **הקיבול** C:

$$X_C=\frac{1}{\omega C}\quad\Rightarrow$$

$$C_1=\frac{1}{\omega X_{C_1}}=\frac{1}{8000\cdot 13.291}=9.404(\mu\mathrm{F})$$

$$C_2=\frac{1}{\omega X_{C_2}}=\frac{1}{8000\cdot 2.708}=46.151(\mu\mathrm{F})$$

ב. הערך הגדול של **הקיבול** הוא C_2. ראינו שערך ההיגב המתאים לכך הוא X_{C_2} (הוא ההיגב הקטן מבין השניים). מכאן:

$$\bar{Z}_\mathrm{T}=\left(\frac{1}{R_1-jX_{C_2}}+\frac{1}{R_2+jX_L}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{6-j2.708}+\frac{1}{8+j8}\right)^{-1}=4.976(\Omega)$$

כצפוי החלק המדומה שווה לאפס, שהרי המעגל בתהודה (נציין שאם לא נעבוד עם כל הספרות אחרי הנקודה, יתקבל חלק מדומה קטן מאוד במחשבון. יש להזניח חלק מדומה זה). נחשב את הערך היעיל של מתח המקור:

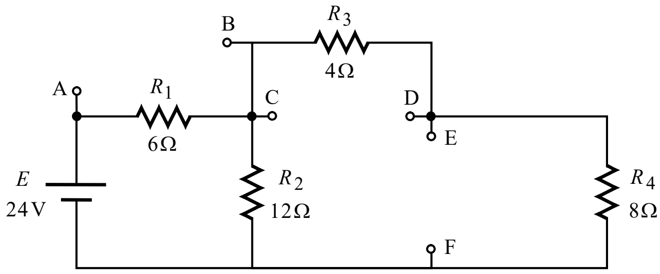
$$\bar{U}_S = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120(\mathrm{V})$$

נחשב את הזרם המבוקש:

$$\bar{I}_\mathrm{T} = \frac{\bar{U}_S}{\bar{Z}_\mathrm{T}} = \frac{120}{4.976} = 24.114(\mathrm{A})$$

שאלה 5

א. כל סעיפי השאלה עוסקים במצב המתמיד. כידוע במצב זה הסלילים שקולים לקֶצֶר, והקבלים שקולים לנֶתֶק. נשרטט מעגל שקול:



נחשב את ההתנגדות השקולה ואת המתחים הרלוונטיים:

$$R_{\mathrm{T}}=\left(R_3+R_4\right)\|R_2+R_1=\left(\frac{1}{R_3+R_4}+\frac{1}{R_2}\right)^{-1}+R_1=\left(\frac{1}{4+8}+\frac{1}{12}\right)^{-1}+6=12(\Omega)$$

$$I_{\mathrm{T}}=\frac{U_S}{R_{\mathrm{T}}}=\frac{24}{12}=2(\mathrm{A})$$

$$I_{R_{3-4}}=\frac{I_{\mathrm{T}}\cdot R_2}{R_2+R_{3-4}}=\frac{2\cdot 12}{12+4+8}=1(\mathrm{A})$$

$$U_{R_1}=I_{\mathrm{T}}\cdot R_1=2\cdot 6=12(\mathrm{V})$$

$$U_{R_3}=I_{R_{3-4}}\cdot R_3=1\cdot 4=4(\mathrm{V})$$

$$U_{R_4}=I_{R_{3-4}}\cdot R_4=1\cdot 8=8(\mathrm{V})$$

המתח על כל קבל הוא המתח בין ההדקים שנותרו לאחר שהקבל נותק מהמעגל. המתח על C_1 הוא המתח בין A ל-B. זהו המתח על R_1. מכאן:

$$U_{C_1}=U_{R_1}=12(\mathrm{V})$$

המתח על C_2 הוא המתח בין C ל-D. זהו המתח על R_3. מכאן:

$$U_{C_2}=U_{R_3}=4(\mathrm{V})$$

הקבלים C_3 ו- C_4 מחוברים בטור. במצב כזה יש למצוא תחילה את המתח על שניהם יחד, ולאחר מכן לחשב את המתח הנופל על כל קבל בנפרד, בעזרת כלל מחלק המתח לקבלים. המתח הנופל על שניהם יחד הוא המתח בין E ל-F. זהו המתח על R_4. מכאן:

$$U_{C_{3-4}}=U_{R_4}=8(\mathrm{V})$$

$$U_{C_3}=\frac{U_{C_{3-4}}\cdot C_4}{C_3+C_4}=\frac{8\cdot 3\mu}{9\mu+3\mu}=2(\mathrm{V})$$

$$U_{C_4}=U_{C_{3-4}}-U_{C_3}=8-2=6(\mathrm{V})$$

ב. במעגל שהתקבל במצב המתמיד, הסליל נמצא בטור ל- R_3. מכאן:

$$I_L=I_{R_{3-4}}=1(\mathrm{A})$$

ג.

$$W_L=\frac{L\cdot {I_L}^2}{2}=\frac{1\times10^{-3}\cdot1^2}{2}=500(\mu\text{J})$$

$$W_{C_1}=\frac{C_1\cdot {U_{C_1}}^2}{2}=\frac{2\times10^{-6}\cdot12^2}{2}=144(\mu\text{J})$$

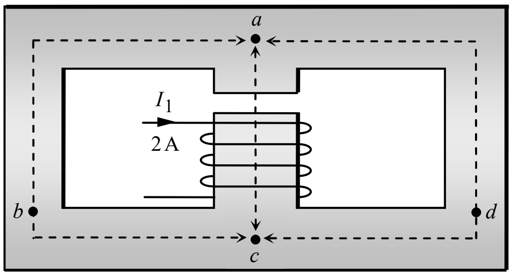
$$W_{C_2}=\frac{C_2\cdot {U_{C_2}}^2}{2}=\frac{4\times10^{-6}\cdot4^2}{2}=32(\mu\text{J})$$

$$W_{C_3}=\frac{C_3\cdot {U_{C_3}}^2}{2}=\frac{9\times10^{-6}\cdot2^2}{2}=18(\mu\text{J})$$

$$W_{C_4}=\frac{C_4\cdot {U_{C_4}}^2}{2}=\frac{3\times10^{-6}\cdot6^2}{2}=54(\mu\text{J})$$

שאלה 6

א.



נרכז נתונים:

$$\begin{cases} \ell_{abc} = \ell_{adc} = 20(\text{cm}) = 20\times10^{-2}(\text{m}) \\ A_{abc} = A_{adc} = 20(\text{cm}^2) = 20\times10^{-4}(\text{m}^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ell_{ac} = 6.1(\text{cm}) = 6.1\times10^{-2}(\text{m}) \\ A_{ac} = 40(\text{cm}^2) = 40\times10^{-4}(\text{m}^2) \end{cases}$$

$$\ell_{\text{o}} = 0.1(\text{cm}) = 0.1\times10^{-2}(\text{m})$$

$$\mu_r = 3000$$

$$N = 400$$

$$I = 2(\text{A})$$

נחשב את המיאון של כל אחד מהעמודים הצדדיים:

$$R_{m(abc)} = R_{m(adc)} = \frac{\ell_{abc}}{\mu_0\mu_r A_{abc}} = \frac{20\times10^{-2}}{4\pi10^{-7}\cdot3000\cdot20\times10^{-4}} = 26.525\times10^{3}\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

נחשב את המיאון של העמוד האמצעי (יש לשים לב להפחית מאורכו את אורך חריץ האוויר):

$$R_{m(ac)} = \frac{\ell_{ac} - \ell_{\text{o}}}{\mu_0\mu_r A_{ac}} = \frac{6.1\times10^{-2} - 0.1\times10^{-2}}{4\pi10^{-7}\cdot3000\cdot40\times10^{-4}} = 3.978\times10^{3}\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

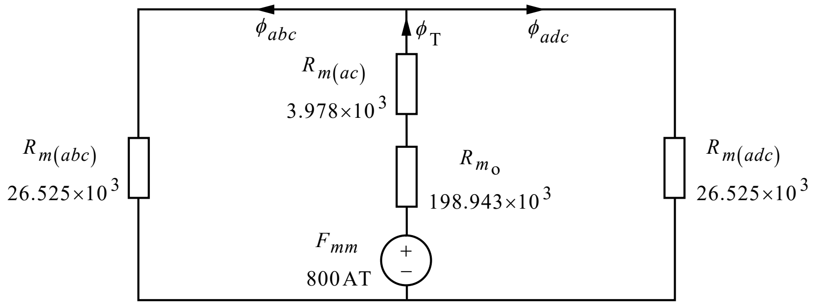
נחשב את מיאון חריץ האוויר (נזכיר שבאוויר $\mu_r = 1$):

$$R_{m_{\text{o}}} = \frac{\ell_{\text{o}}}{\mu_0 \cancel{\mu_r} A_{ac}} = \frac{0.1\times10^{-2}}{4\pi10^{-7}\cdot40\times10^{-4}} = 198.943\times10^{3}\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

ב. נחשב את הכמ"מ של המעגל המגנטי:

$$F_{mm} = N \cdot I = 400 \cdot 2 = 800(\mathrm{AT})$$

נשרטט את "המעגל החשמלי" האנלוגי למעגל המגנטי:



כיוון השטף דרך הסליל נקבע על פי כלל יד ימין לסולנואיד. חישוב השטפים במעגל מגנטי, אנלוגי לחישוב זרמים במעגל חשמלי. נחשב תחילה את המיאון השקול של המעגל.

יש לשים לב שהמיאון של שני העמודים הצדדיים זהה, ולכן המיאון השקול שלהם, הוא חצי מהמיאון של כל אחד מהם (כמו שני נגדים זהים במקביל). מכאן:

$$R_{m_T} = \frac{R_{m(abc)}}{2} + R_{m(ac)} + R_{m_o} = \frac{26.525\times10^3}{2} + 3.978\times10^3 + 198.943\times10^3 =$$

$$= 216.185\times10^3\left(\frac{1}{\mathrm{H}}\right)$$

נחשב את השטף הכללי:

$$\phi_T = \frac{F_{mm}}{R_{m_T}} = \frac{800}{216.185\times10^3} = 3.700(\mathrm{mWb})$$

מכיוון שלשני העמודים הצדדיים מיאון זהה, השטף מתחלק ביניהם בשווה. מכאן:

$$\phi_{abc} = \phi_{adc} = 0.5\phi_T = 0.5\cdot3.700\mathrm{m} = 1.850(\mathrm{mWb})$$

כיווני השטפים סומנו על גבי המעגל.

ג. נחשב את B בחריץ האוויר:

$$B_o = \frac{\phi_T}{A_{ac}} = \frac{3.700\times10^{-3}}{40\times10^{-4}} = 0.925(\mathrm{T})$$

נחשב את H בחריץ האוויר (נזכיר שבאוויר $\mu_r = 1$):

$$H_o = \frac{B_o}{\mu_0 \cancel{\mu_r}} = \frac{0.925}{4\pi10^{-7}} = 736196.319\left(\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\right)$$

<u>שאלה 7</u>

א.

<u>הקדמה לשאלה:</u> שאלה זו עוסקת בהתפלגות המטען בין שני קבלים טעונים, וכגון ששני הקבלים היו מחוברים כל אחד למעגל אחר, נטענו, ועכשיו חוברו אחד אל השני. המטענים שהיו בקבלים לפני החיבור יתחלקו כעת ביניהם באופן שונה. ישנם שני כללים שעלינו לדעת בנידון זה:

- לשני הקבלים יהיה אותו המתח בסוף תהליך התפלגות המטען.
- המטען הכולל שהיה בשני הקבלים לפני שחיברו ביניהם, יהיה המטען הכולל גם לאחר החיבור (נובע מחוק שימור המטען).

חלוקת המטען החדשה בין הקבלים עונה לכלל מחלק המטען לקבלים (בדומה לקבלים המחוברים במקביל). כל שעלינו לבדוק עבור כל מצב, הוא מהו המטען הכולל Q_{T} שאותו מחלקים בין הקבלים. נבאר זאת בקצרה.

בשאלה נתון $Q_{C_1}=18\ \mu\mathrm{C}$, $Q_{C_2}=12\ \mu\mathrm{C}$. אלה מטעני הקבלים שהיו בהם לפני שחיברו ביניהם. **במצב א'** שני הקבלים טעונים בכיוונים זהים, ולכן המטען הכולל יתקבל **מהחיבור** בין שני המטענים הישנים. לעומת זאת **במצב ב'** שני הקבלים טעונים בכיוונים שונים, ולכן המטען הכולל יתקבל **מהחיסור** בין שני המטענים (ביאור מלא של נידון זה ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל", בפרק העוסק בקבלים ומשרנים במעגלי זרם ישר). נבוא כעת אל המבוקש בשאלה.

<u>מצב א':</u>

במצב זה כאמור המטען **הכולל** הישן של שני הקבלים הוא:

$$Q_{\mathrm{T}}=Q_{C_1}+Q_{C_2}=18\mu+12\mu=30(\mu\mathrm{C})$$

נחשב את המטען החדש שיהיה אגור בכל קבל, בעזרת כלל מחלק המטען לקבלים:

$$Q_{C_1}=\frac{Q_{\mathrm{T}}\cdot C_1}{C_1+C_2}=\frac{30\mu\cdot 2\mu}{2\mu+6\mu}=7.5(\mu\mathrm{C})$$

$$Q_{C_2}=Q_{\mathrm{T}}-Q_{C_1}=30\mu-7.5\mu=22.5(\mu\mathrm{C})$$

נחשב את המתח שיהיה בכל קבל:

$$U_{C_1}=\frac{Q_{C_1}}{C_1}=\frac{7.5\mu}{2\mu}=3.75(\mathrm{V})$$

$$U_{C_2}=\frac{Q_{C_2}}{C_2}=\frac{22.5\mu}{6\mu}=3.75(\mathrm{V})$$

כצפוי, קיבלנו מתח זהה בשני הקבלים.

<u>מצב ב'</u>:

במצב זה כאמור המטען הכולל הישן של שני הקבלים הוא:

$$Q_{\mathrm{T}} = Q_{C_1} - Q_{C_2} = 18\mu - 12\mu = 6(\mu\mathrm{C})$$

נחשב את המטען החדש שיהיה אגור בכל קבל, בעזרת כלל מחלק המטען לקבלים:

$$Q_{C_1} = \frac{Q_{\mathrm{T}} \cdot C_1}{C_1 + C_2} = \frac{6\mu \cdot 2\mu}{2\mu + 6\mu} = 1.5(\mu\mathrm{C})$$

$$Q_{C_2} = Q_{\mathrm{T}} - Q_{C_1} = 6\mu - 1.5\mu = 4.5(\mu\mathrm{C})$$

נחשב את המתח שיהיה בכל קבל:

$$U_{C_1} = \frac{Q_{C_1}}{C_1} = \frac{1.5\mu}{2\mu} = 0.75(\mathrm{V})$$

$$U_{C_2} = \frac{Q_{C_2}}{C_2} = \frac{4.5\mu}{6\mu} = 0.75(\mathrm{V})$$

כצפוי, קיבלנו מתח זהה בשני הקבלים.

ב. **<u>מצב א'</u>:**

$$W_{C_1} = \frac{C_1 {U_{C_1}}^2}{2} = \frac{2\times10^{-6} \cdot 3.75^2}{2} = 14.062(\mu\mathrm{J})$$

$$W_{C_2} = \frac{C_2 {U_{C_2}}^2}{2} = \frac{6\times10^{-6} \cdot 3.75^2}{2} = 42.187(\mu\mathrm{J})$$

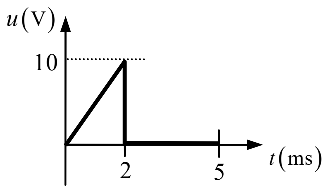
<u>מצב ב'</u>:

$$W_{C_1} = \frac{C_1 {U_{C_1}}^2}{2} = \frac{2\times10^{-6} \cdot 0.75^2}{2} = 0.562(\mu\mathrm{J})$$

$$W_{C_2} = \frac{C_2 {U_{C_2}}^2}{2} = \frac{6\times10^{-6} \cdot 0.75^2}{2} = 1.687(\mu\mathrm{J})$$

שאלה 8

א. נשרטט את המחזור הראשון של האות:



ניתן לראות שזמן המחזור של האות הוא:

$$T = 5(\text{ms})$$

נחשב את תדר האות:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5\text{m}} = 200(\text{Hz})$$

ב. כל מחזור מורכב משני קטעים – שני קווים ישרים. נמצא את משוואת הישר של כל קטע. לשם הנוחות, אנו נעבוד עם המחזור הראשון אותו תיארנו לעיל.

קטע 1 (בין 0 ל-2ms):

שיפוע הישר נתון על ידי:

$$a_1 = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{10-0}{2\text{m}-0} = 5000\left(\frac{\text{V}}{\text{s}}\right)$$

ניתן לראות באיור לעיל, שנקודת החיתוך b של הישר עם הציר האנכי היא אפס. נרכיב את משוואת הישר:

$$u_1(t) = 5000t(\text{V})$$

קטע 2 (בין 2ms ל-5ms):

כל משך קטע זה האות שווה לאפס. מכאן:

$$u_2(t) = 0$$

נציב את משוואות שני הקטעים שקיבלנו במשוואה לחישוב ערך ממוצע:

$$U_{\text{av}} = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2}\left[u(t)\right]dt =$$

$$= \frac{1}{T}\left(\int_0^{2\text{m}}\left[u_1(t)\right]dt + \int_{2\text{m}}^{5\text{m}}\left[u_2(t)\right]dt\right) =$$

$$= \frac{1}{5\text{m}}\left(\int_0^{2\text{m}}\left[5000t\right]dt + \int_{2\text{m}}^{5\text{m}}\left[0\right]dt\right) = 2(\text{V})$$

את **הזרם** הממוצע אותו ביקשו בשאלה נוכל לקבל בעזרת חוק אום:

$$I_{\text{av}} = \frac{U_{\text{av}}}{R} = \frac{2}{5} = 0.4(\text{A})$$

ג. נציב את משוואות שני הקטעים שקיבלנו במשוואה לחישוב ערך יעיל:

$$U_{\text{rms}}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2}\left[u(t)\right]^2dt}=$$

$$=\sqrt{\frac{1}{T}\left(\int_0^{2\text{m}}\left[u_1(t)\right]^2dt+\int_{2\text{m}}^{5\text{m}}\left[u_2(t)\right]^2dt\right)}=$$

$$=\sqrt{\frac{1}{5\text{m}}\left(\int_0^{2\text{m}}\left[5000t\right]^2dt+\int_{2\text{m}}^{5\text{m}}\left[0\right]^2dt\right)}=3.651(\text{V})$$

את **הזרם** היעיל אותו ביקשו בשאלה נוכל לקבל בעזרת חוק אום:

$$I_{\text{rms}}=\frac{U_{\text{rms}}}{R}=\frac{3.651}{5}=0.730(\text{A})$$

ד. את **ההספק הממוצע** מחשבים תמיד בעזרת **הערך היעיל** (של המתח או הזרם). מכאן:

$$P_R=I_{\text{rms}}{}^2\cdot R=0.730^2\cdot 5=2.666(\text{W})$$