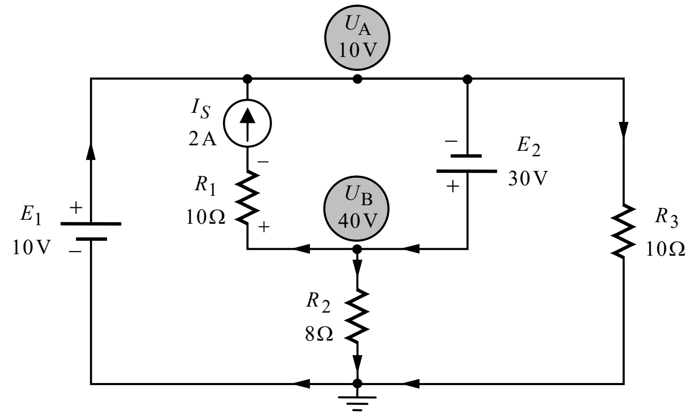
פתרון מלא לבחינת מה"ט בתורת החשמל – קיץ 2019 מועד ב'

שאלה 1

א. נקבע את הצומת התחתון כאדמה, נציג את מתחי הצמתים ואת כיווני הזרמים על המעגל, ולאחר מכן נבאר:



נבאר כיצד קיבלנו את מתחי הצמתים:

במעגל הנתון, באופן מקומי, ניתן לחשב את מתחי הצמתים בעזרת מסלולי מתחים בלבד, ללא צורך בהפעלת שיטת מתחי הצמתים:

- המתח של צומת A התקבל על ידי הליכה במסלול מצומת A , דרך E_1 , לאדמה.
- המתח של צומת B התקבל על ידי הליכה במסלול מצומת B, דרך E_2 ו- E_1 , לאדמה.

המתחים המתקבלים ממסלולים אלה הם:

$$U_A = +E_1 = 10(\mathrm{V})$$

$$U_B = +E_2 + E_1 = 30 + 10 = 40(\mathrm{V})$$

נמצא שכל מתחי הצמתים ידועים לנו מראש, וניתן לגשת ישירות לשלב פתרון המעגל.

נבאר כיצד קבענו את כיווני הזרמים במעגל:

- לגבי R_1 – כיוון הזרם דרכו מאולץ על ידי מקור הזרם.
- לגבי R_2 – הפוטנציאל בהדק העליון שלו U_B גבוה מאשר בהדק התחתון (אדמה), ולכן כיוון הזרם דרכו כלפי מטה.
- לגבי R_3 – הפוטנציאל בהדק העליון שלו U_A גבוה מאשר בהדק התחתון (אדמה), ולכן כיוון הזרם דרכו כלפי מטה.
- לגבי E_1 – הזרמים של R_2 ו- R_3 נכנסים כאמור לכיוון האדמה, ולכן על פי חוק קירכהוף לזרמים, כיוון הזרם דרך E_1 חייב להיות כלפי מעלה.
- לגבי E_2 – הזרמים של R_1 ו- R_2 יוצאים כאמור מצומת B, ולכן על פי חוק קירכהוף לזרמים, כיוון הזרם דרך E_2 חייב להיות לתוך צומת B.

נחשב את גודל הזרם העובר דרך כל נגד כמבוקש בשאלה:

$$I_{R_1} = I_S = 2(\mathrm{A})$$

$$I_{R_2} = \frac{U_\mathrm{B} - 0}{R_2} = \frac{40}{8} = 5(\mathrm{A})$$

$$I_{R_3} = \frac{U_\mathrm{A} - 0}{R_3} = \frac{10}{10} = 1(\mathrm{A})$$

ב. נחשב את הזרם וההספק של E_1:

$$I_{E_1} = I_{R_2} + I_{R_3} = 5 + 1 = 6(\mathrm{A})$$

$$P_{E_1} = E_1 \cdot I_{E_1} = 10 \cdot 6 = 60(\mathrm{W})$$

נחשב את הזרם וההספק של E_2:

$$I_{E_2} = I_{R_1} + I_{R_2} = 2 + 5 = 7(\mathrm{A})$$

$$P_{E_2} = E_2 \cdot I_{E_2} = 30 \cdot 7 = 210(\mathrm{W})$$

נחשב את המתח של I_S בעזרת מסלול מתחים העובר דרך E_2 ו-R_1. קוטביות מתחי רכיבים אלה סומנה מראש על גבי השרטוט (בנגד, נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן "פלוס"). נצא מראש החץ של מקור הזרם לכיוון בסיסו ונקבל:

$$U_{I_S} = -E_2 + U_{R_1} = -E_2 + I_S \cdot R_1 = -30 + 2 \cdot 10 = -10(\mathrm{V})$$

נחשב את ההספק של מקור הזרם (בערך מוחלט):

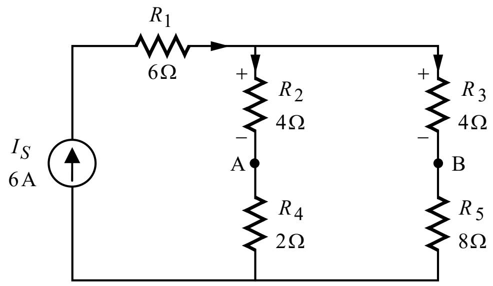
$$P_{I_S} = U_{I_S} \cdot I_S = 10 \cdot 2 = 20(\mathrm{W})$$

ג. **לגבי מקורות המתח** – בשניהם הזרם יוצא מההדק החיובי שלהם, ולכן שניהם **ספקים**.
לגבי מקור הזרם – יצאנו למסלול מתחים מראש החץ וקיבלנו תוצאה שלילית, ולכן הוא **צרכן** (ביאור מלא אודות אופן הקביעה של מקור כספק או כצרכן, ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל", בפרק העוסק בהספק ואנרגיה).

שאלה 2

הקדמה: נוח יהיה לפתור שאלה זו בעזרת הפעלת משפט תוונין על הדקי הנגד R_L (הדקים AB), שכן המתח המבוקש בסעיף א׳ הינו למעשה מתח תבנין, וההתנגדות המבוקשת בסעיף ב׳ הינה למעשה התנגדות תבנין, וכפי שנראה במהלך הפתרון.

א. **חישוב מתח תוונין:**



נחשב את הזרם העובר דרך R_2 על ידי כלל מחלק הזרם:

$$I_{R_2}=\frac{I_S\cdot R_{3,5}}{R_{2,4}+R_{3,5}}=\frac{6\cdot(4+8)}{4+2+4+8}=4(\text{A})$$

נחשב את הזרם העובר דרך R_3:

$$I_{R_3}=I_S-I_{R_2}=6-4=2(\text{A})$$

נחשב את המתח של נגדים אלה, ואת המתח בין A ל-B בעזרת מסלול מתחים בין הנקודות:

$$U_{R_2}=I_{R_2}\cdot R_2=4\cdot 4=16(\text{V})$$

$$U_{R_3}=I_{R_3}\cdot R_3=2\cdot 4=8(\text{V})$$

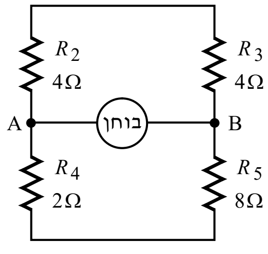
$$U_{\text{AB}}=E_{\text{Th}}=-U_{R_2}+U_{R_3}=-16+8=-8(\text{V})$$

זהו גם מתח תוונין, וגם המתח אותו ביקשו בסעיף זה.

הערה: התוצאה השלילית אומרת לנו שיש לחבר את מקור המתח תבנין כשההדק החיובי שלו פונה אל נקודה B, הגבוהה יותר. מכל מקום בשאלה זו אין לדבר חשיבות.

חישוב התנגדות תוונין:

ננתק את מקור הזרם, נניח מקור בוחן בין ההדקים AB, ונשרטט את המעגל המתקבל:

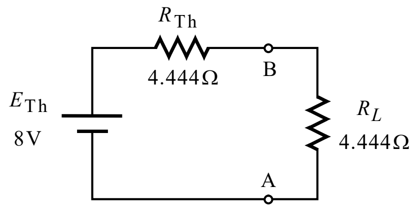


$$R_{\text{Th}}=(R_2+R_3)\,\|\,(R_4+R_5)=\left(\frac{1}{4+4}+\frac{1}{2+8}\right)^{-1}=4.444(\Omega)$$

ב. במעגל זרם ישר, על מנת לקבל הספק מקסימלי בעומס, צריך להתקיים:

$$R_L = R_{\text{Th}} = 4.444(\Omega)$$

ג. נחבר את R_L למעגל תוונין שקיבלנו ונחשב את ההספק:



$$I_{R_L} = \frac{E_{\text{Th}}}{R_{\text{Th}} + R_L} = \frac{8}{4.444 + 4.444} = 0.9(\text{A})$$

$$P_{R_L} = I_{R_L}{}^2 \cdot R_L = 0.9^2 \cdot 4.444 = 3.6(\text{W})$$

שאלה 3

א. נתון שהכא"מ השקול הוא 12V, והכא"מ של תא בודד הוא $E=1.5\text{V}$. נוכל לחשב את מספר התאים בטור n, בעזרת הנוסחה הבאה:

$$E_{\text{eq}}=n\cdot E \quad \Rightarrow$$

$$n=\frac{E_{\text{eq}}}{E}=\frac{12}{1.5}=8$$

נתון שהקיבול השקול הוא $Q_{\text{eq}}=30\text{Ah}$, והקיבול של תא בודד הוא $Q=5\text{Ah}$. נוכל לחשב את מספר הענפים m, בעזרת הנוסחה הבאה:

$$Q_{\text{eq}}=m\cdot Q \quad \Rightarrow$$

$$m=\frac{Q_{\text{eq}}}{Q}=\frac{30}{5}=6$$

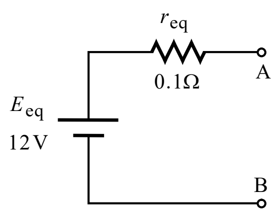
סך מספר התאים הכולל הוא:

$$n\times m=8\times 6=48$$

ב. נתון שההתנגדות של תא בודד היא $r=0.075\Omega$. נחשב את r_{eq}:

$$r_{\text{eq}}=\frac{n}{m}r=\frac{8}{6}\cdot 0.075=0.1(\Omega)$$

נשרטט את המצבר השקול:



זרם מרבי יתקבל עבור קצר בין A ל-B (זרם קצר). מכאן:

$$I_{\max}=\frac{E_{\text{eq}}}{r_{\text{eq}}}=\frac{12}{0.1}=120(\text{A})$$

ג. נניח שהזרם דרך המצבר הוא כמו בסעיף הקודם (ראה תוספת ביאור בהרחבה שבהמשך). נחשב את ההספק של המקור:

$$P_{E_{\text{eq}}}=E_{\text{eq}}\cdot I=12\cdot 120=1440(\text{W})=1.44(\text{kW})$$

נחשב את הזמן שבו יוכל המצבר לעבוד במצב זה בעזרת הקשר הבא:

$$Q_{\text{eq}}=I\cdot t \quad \Rightarrow$$

$$t=\frac{Q_{\text{eq}}}{I}=\frac{30}{120}=0.25(\text{h})$$

נחשב את האנרגיה:

$$W=P_{E_{\text{eq}}}\cdot t=1.44\cdot 0.25=0.36(\text{kWh})$$

<u>הרחבה</u>: הנחנו שהזרם דרך המצבר הוא 120A. למעשה אין זה משנה. אנו יכולים להניח כל זרם שנרצה דרך המצבר בטווח שבין אפס ל-120A. תוצאת האנרגיה שנקבל תישאר זהה, שכן האנרגיה האגורה במצבר אינה תלויה במצב העבודה שלו, אלא "בנתוני היצרן" שלו. נוכיח טענה זאת. נפתֵח ביטוי לאנרגיה בעזרת הנוסחאות לעיל:

$$W=\left(P_{E_{\text{eq}}}\right)\cdot(t)=\left(E_{\text{eq}}I\right)\cdot\left(\frac{Q_{\text{eq}}}{I}\right)=E_{\text{eq}}\cdot Q_{\text{eq}}=12\cdot 30=360(\text{Wh})=0.36(\text{kWh})$$

ניתן להיווכח שהאנרגיה האגורה במצבר אינה תלויה כלל בגודל הזרם דרכו (נעיר שמכיוון שהצבנו את המתח בוולט, ואת הקיבול באמפר-שעה, קיבלנו בתחילה יחידת מדידה לאנרגיה של וואט-שעה).

ד. התנאי להעברת הספק מקסימלי במעגלי זרם ישר הוא:

$$R_L=r_{\text{eq}}=0.1(\Omega)$$

נחשב את גודל ההספק המתקבל בעומס:

$$I_{R_L}=\frac{E_{\text{eq}}}{r_{\text{eq}}+R_L}=\frac{12}{0.1+0.1}=60(\text{A})$$

$$P_{R_L}={I_{R_L}}^2\cdot R_L=60^2\cdot 0.1=360(\text{W})$$

ה. נחשב את הזרם כאשר העומס החדש מחובר:

$$I_{R_L}=\frac{E_{\text{eq}}}{r_{\text{eq}}+R_L}=\frac{12}{0.1+1.9}=6(\text{A})$$

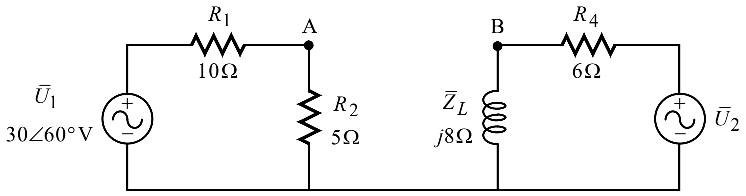
את הזמן נוכל לחשב על ידי הקשר אותו ראינו כבר קודם לכן:

$$Q_{\text{eq}}=I\cdot t\qquad\Rightarrow$$

$$t=\frac{Q_{\text{eq}}}{I}=\frac{30}{6}=5(\text{h})$$

שאלה 4

א. נדרש שלא יזרום זרם דרך R_3. במצב עבודה זה, הענף שעליו R_3 שקול לנֶתֶק. נשרטט מעגל שקול:



במצב המתואר, **שני חלקי המעגל מתפקדים כשני מעגלים טוריים נפרדים**. כדי שלא יהיה זרם דרך R_3, צריך להתקיים:

$$\bar{U}_{R_2} = \bar{U}_{Z_L}$$

ראה הרחבה על נקודה זו בסוף הסעיף. נחשב את המתח הנופל על R_2 בחלק המעגל השמאלי, בעזרת כלל מחלק המתח:

$$\bar{U}_{R_2} = \frac{\bar{U}_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30\angle 60° \cdot 5}{10+5} = 10\angle 60° (\text{V})$$

זהו כאמור גם המתח הנדרש על $\bar{Z}_L$. נוכל לחשב את הזרם בחלק המעגל הימני:

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_{Z_L}}{\bar{Z}_L} = \frac{10\angle 60°}{j8} = 1.25\angle -30° (\text{A})$$

מכאן נוכל לחשב בקלות את $\bar{U}_2$:

$$\bar{U}_2 = (\bar{I}_2)(R_4 + \bar{Z}_L) = (1.25\angle 30°)(6+j8) = 12.5\angle 23.13° (\text{V})$$

<u>הרחבה</u>: אמרנו שעל מנת שלא יזרום זרם דרך R_3 צריך להתקיים $\bar{U}_{R_2} = \bar{U}_{Z_L}$. נוכיח טענה זו. על פי חוק אום, אם הזרם דרך הענף שעליו R_3 שווה לאפס, גם המתח על ענף זה שווה לאפס. המתח על ענף זה הוא המתח בין A ל-B. מסלול מתחים בין נקודות אלו נותן:

$$\bar{U}_{\text{AB}} = +\bar{U}_{R_2} - \bar{U}_{Z_L}$$

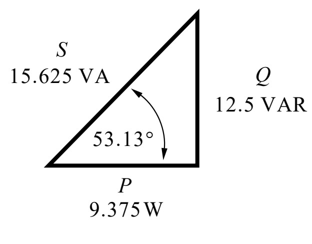
קוטביות המתחים שבמסלול נקבעה על פי כיוון הזרם דרך R_2 ו- $\bar{Z}_L$ (נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן חיובי). כאמור, המתח $\bar{U}_{\text{AB}}$ שווה לאפס. נציב זאת במשוואה האחרונה ונקבל:

$$0 = +\bar{U}_{R_2} - \bar{U}_{Z_L}$$

$$\bar{U}_{R_2} = \bar{U}_{Z_L}$$

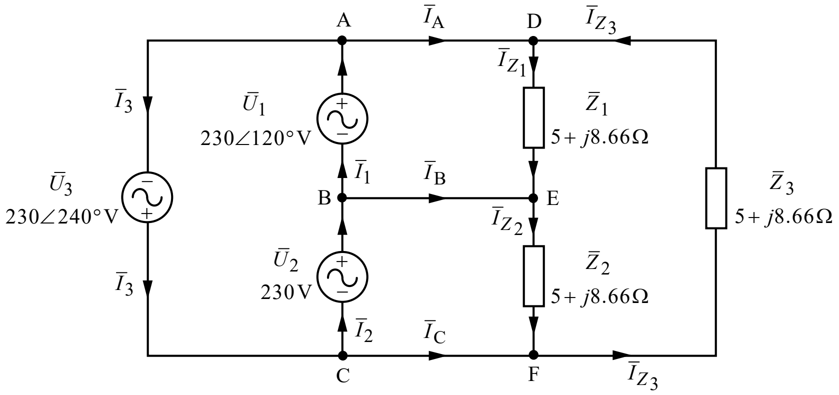
ב. נחשב את שלושת ההספקים של $\bar{U}_2$:

$$\bar{S}_{U_2} = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* = (12.5\angle 23.13°)(1.25\angle +30°) = 9.375 + j12.5 = 15.625\angle 53.13° (\text{VA})$$



שאלה 5

א. נשרטט את המעגל בצורה נוחה לפתרון, ונציין על גביו את כיווני הזרמים:



זהו מעגל תלת פאזי. אנו מכל מקום ננתח את המעגל, כמו מעגל AC רגיל. כל אחת מהעכבות מחוברת במקביל למקור אחר (וכפי שנציין מיד). כיווני הזרמים של העכבות המסומנים באיור, נגזרו מקוטביות המקור אליו כל עכבה מחוברת במקביל. כיווני שאר הזרמים נתונים בשאלה.

העכבה $\bar{Z}_1$ מחוברת במקביל ל- $\bar{U}_1$. נחשב את הזרם העובר דרכה:

$$\bar{I}_{Z_1}=\frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1}=\frac{230\angle 120°}{5+j8.66}=23\angle 60°(\text{A})$$

העכבה $\bar{Z}_2$ מחוברת במקביל ל- $\bar{U}_2$. נחשב את הזרם העובר דרכה:

$$\bar{I}_{Z_2}=\frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2}=\frac{230}{5+j8.66}=23\angle -60°(\text{A})$$

העכבה $\bar{Z}_3$ מחוברת במקביל ל- $\bar{U}_3$. נחשב את הזרם העובר דרכה:

$$\bar{I}_{Z_3}=\frac{\bar{U}_3}{\bar{Z}_3}=\frac{230\angle 240°}{5+j8.66}=23\angle -180°(\text{A})$$

נחשב כעת את הזרמים $\bar{I}_{\text{A}}$, $\bar{I}_{\text{B}}$, $\bar{I}_{\text{C}}$. נתבונן על צומת D. על פי חוק קירכהוף לזרמים מתקבל:

$$\bar{I}_{\text{A}}+\bar{I}_{Z_3}=\bar{I}_{Z_1} \quad\Rightarrow\quad \bar{I}_{\text{A}}=\bar{I}_{Z_1}-\bar{I}_{Z_3}=23\angle 60°-23\angle -180°=39.83\angle 30°(\text{A})$$

נתבונן על צומת E. על פי חוק קירכהוף לזרמים מתקבל:

$$\bar{I}_{Z_1}+\bar{I}_{\text{B}}=\bar{I}_{Z_2} \quad\Rightarrow\quad \bar{I}_{\text{B}}=\bar{I}_{Z_2}-\bar{I}_{Z_1}=23\angle -60°-23\angle 60°=39.83\angle -90°(\text{A})$$

נתבונן על צומת F. על פי חוק קירכהוף לזרמים מתקבל:

$$\bar{I}_{\text{C}}+\bar{I}_{Z_2}=\bar{I}_{Z_3} \quad\Rightarrow\quad \bar{I}_{\text{C}}=\bar{I}_{Z_3}-\bar{I}_{Z_2}=23\angle -180°-23\angle -60°=39.83\angle 150°(\text{A})$$

בשאלה התבקשנו לחשב את הזרמים העוברים דרך המקורות. זרמים אלה לא ניתנים לחישוב בעזרת דרכי הניתוח המקובלות.
למרות זאת מקובל להניח, שמכיוון שכל המקורות והעכבות זהים בערך המוחלט, נוצר שיווי משקל מסוים במעגל, שכתוצאה ממנו ניתן לראות כל מקור והעכבה המחוברת אליו במקביל כמעגל נפרד, שאינו תלוי במעגלים הנוצרים על ידי שאר המקורות. **נמצא שהזרם דרך כל מקור, זהה לזרם של העכבה המקבילה אליו**. מכאן:

$$\overline{I}_1 = \overline{I}_{Z_1} = 23\angle 60°(\mathrm{A})$$

$$\overline{I}_2 = \overline{I}_{Z_2} = 23\angle -60°(\mathrm{A})$$

$$\overline{I}_3 = \overline{I}_{Z_3} = 23\angle -180°(\mathrm{A})$$

ב. חישבנו בסעיף הקודם.

ג. ההספק הממשי הוא ההספק של הנגדים שבעכבות. נחשב את ההספק של R_1:

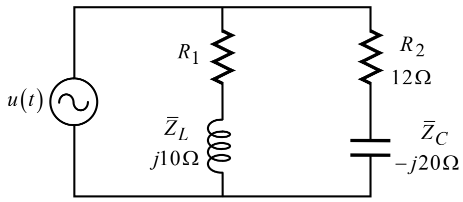
$$P_{R_1} = \left|\overline{I}_{Z_1}\right|^2 \cdot R_1 = 23^2 \cdot 5 = 2645(\mathrm{W})$$

מכיוון שכל הזרמים והנגדים זהים, גם בשאר הנגדים תתקבל תוצאה זהה. ישנם 3 נגדים בסך הכול. מכאן:

$$P_{\mathrm{T}} = 3 \times 2645 = 7935(\mathrm{W})$$

שאלה 6

א.



שאלה זו עוסקת בתהודה במעגל מקבילי מעשי. את R_1 במקרה זה, יהיה הכי נוח לחשב בעזרת התנאי לתהודה של מעגל מסוג זה (מופיע בנוסחאון):

$$\frac{X_L}{{R_L}^2+{X_L}^2}=\frac{X_C}{{R_C}^2+{X_C}^2}$$

יש לשים לב שבמשוואה זו יש להציב את **ההיגבים** של הסליל והקבל, ולא את **העכבות** שלהם. ההיגבים שווים לערך המוחלט של העכבות. במילים אחרות – יש להוריד את המספרים המדומים j ו- $-j$ מעכבות הסליל והקבל, בהתאמה. נציב נתונים ונפתור:

$$\frac{10}{{R_1}^2+10^2}=\frac{20}{12^2+20^2}$$

$$R_1=13.114(\Omega)$$

ב. נתון $u(t)=100\sqrt{2}\sin(5000t)\mathrm{V}$. נחשב את הערך היעיל של מקור המתח:

$$\bar{E}=\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=100(\mathrm{V})$$

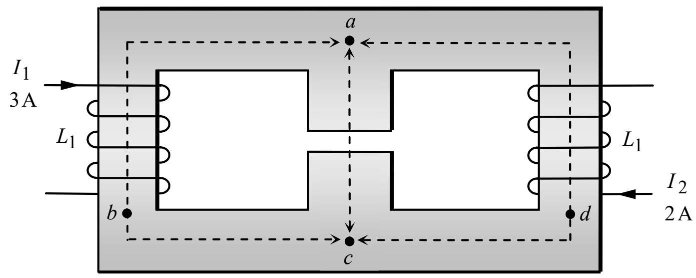
נחשב את העכבה השקולה של המעגל, ואת הזרם הכללי:

$$\bar{Z}_\mathrm{T}=\left(\frac{1}{R_1+\bar{Z}_L}+\frac{1}{R_2+\bar{Z}_C}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{13.114+j10}+\frac{1}{12-j20}\right)^{-1}=14.229(\Omega)$$

$$\bar{I}_\mathrm{T}=\frac{\bar{E}}{\bar{Z}_\mathrm{T}}=\frac{100}{14.229}=7.027(\mathrm{A})$$

שאלה 7

א.



נרכז נתונים:

$$\begin{cases} \ell_{abc} = \ell_{adc} = 20(\text{cm}) = 20\times10^{-2}(\text{m}) \\ A_{abc} = A_{adc} = 20\left(\text{cm}^2\right) = 20\times10^{-4}\left(\text{m}^2\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ell_{ac} = 6.1(\text{cm}) = 6.1\times10^{-2}(\text{m}) \\ A_{ac} = 40\left(\text{cm}^2\right) = 40\times10^{-4}\left(\text{m}^2\right) \end{cases}$$

$$\ell_{\text{o}} = 0.1(\text{cm}) = 0.1\times10^{-2}(\text{m})$$

$$\mu_r = 3000$$

$$N_1 = 400 \qquad I_1 = 3(\text{A})$$

$$N_2 = 600 \qquad I_2 = 2(\text{A})$$

נחשב את המיאון של כל אחד מהעמודים הצדדיים:

$$R_{m(abc)} = R_{m(adc)} = \frac{\ell_{abc}}{\mu_0\,\mu_r\,A_{abc}} = \frac{20\times10^{-2}}{4\pi10^{-7}\cdot3000\cdot20\times10^{-4}} = 26.525\times10^3\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

נחשב את המיאון של העמוד האמצעי (יש לשים לב להפחית מאורכו את אורך חריץ האוויר):

$$R_{m(ac)} = \frac{\ell_{ac} - \ell_{\text{o}}}{\mu_0\,\mu_r\,A_{ac}} = \frac{6.1\times10^{-2} - 0.1\times10^{-2}}{4\pi10^{-7}\cdot3000\cdot40\times10^{-4}} = 3.978\times10^3\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

נחשב את מיאון חריץ האוויר (נזכיר שבאוויר $\mu_r = 1$):

$$R_{m_{\text{o}}} = \frac{\ell_{\text{o}}}{\mu_0\,\cancel{\mu_r}\,A_{ac}} = \frac{0.1\times10^{-2}}{4\pi10^{-7}\cdot40\times10^{-4}} = 198.943\times10^3\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

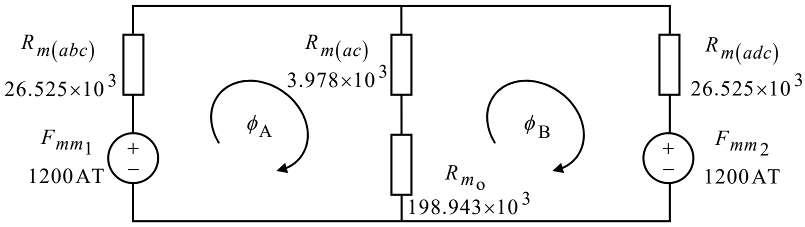
ב. נחשב את הכמ"מ של כל סליל:

$$F_{mm_1} = N_1 I_1 = 400\cdot3 = 1200(\text{AT})$$

$$F_{mm_2} = N_2 I_2 = 600\cdot2 = 1200(\text{AT})$$

על פי כלל יד ימין לסולנואיד, שני הסלילים "רוצים" ליצור שטף בכיוון מעלה. מכאן שכיוון הכמ"מ של כל סליל, יהיה גם הוא כלפי מעלה. נפתור בשיטת זרמי החוגים.

נשרטט תחילה את המעגל המגנטי בצורה אנלוגית למעגל חשמלי:



נרשום את משוואת חוג A:

$$\left(R_{m(abc)}+R_{m(ac)}+R_{m_o}\right)\phi_{\mathrm{A}}-\left(R_{m(ac)}+R_{m_o}\right)\phi_{\mathrm{B}}=F_{mm_1}$$

$$\left(26.525\times10^3+3.978\times10^3+198.943\times10^3\right)\phi_{\mathrm{A}}-\left(3.978\times10^3+198.943\times10^3\right)\phi_{\mathrm{B}}=1200$$

נרשום את משוואת חוג B:

$$-\left(R_{m(ac)}+R_{m_o}\right)\phi_{\mathrm{A}}+\left(R_{m(adc)}+R_{m(ac)}+R_{m_o}\right)\phi_{\mathrm{B}}=-F_{mm_2}$$

$$\left(3.978\times10^3+198.943\times10^3\right)\phi_{\mathrm{A}}-\left(26.525\times10^3+3.978\times10^3+198.943\times10^3\right)\phi_{\mathrm{B}}=-1200$$

פתרון המשוואות נותן:

$$\phi_{\mathrm{A}}=2.775(\mathrm{mWb})$$

$$\phi_{\mathrm{B}}=-2.775(\mathrm{mWb})$$

השטף ϕ_{B} יצא שלילי, מה שאומר שכיוונו הפוך להנחה ההתחלתית. נמצא שבכל אחד מהעמודים הצדדיים, כיוון השטף הוא מלמטה למעלה, ובעמוד האמצעי כיוון השטף הוא כלפי מטה. נחשב את גודל השטף בכל עמוד.

- השטף בכל אחד מהעמודים הצדדיים הוא:

$$\phi_{abc}=\phi_{adc}=\phi_{\mathrm{A}}=\phi_{\mathrm{B}}=2.775(\mathrm{mWb})$$

- השטף בעמוד האמצעי (ובחריץ האוויר) הוא:

$$\phi_{ac}=\phi_{\mathrm{A}}+\phi_{\mathrm{B}}=2.775\mathrm{m}+2.775\mathrm{m}=5.55(\mathrm{mWb})$$

ג. נחשב את B בחריץ האוויר ובעמוד האמצעי (יש אותו B בשניהם):

$$B_{ac}=B_{\mathrm{o}}=\frac{\phi_{ac}}{A_{ac}}=\frac{5.55\times10^{-3}}{40\times10^{-4}}=1.387(\mathrm{T})$$

נחשב את H בעמוד האמצעי:

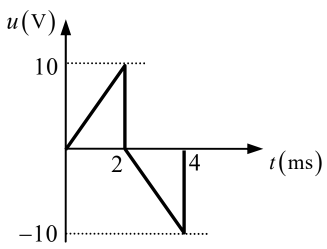
$$H_{ac}=\frac{B_{ac}}{\mu_0\mu_r}=\frac{1.387}{4\pi10^{-7}\cdot3000}=368.098\left(\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\right)$$

נחשב את H בחריץ האוויר:

$$H_{\mathrm{o}}=\frac{B_{\mathrm{o}}}{\mu_0\cancel{\mu_r}}=\frac{1.387}{4\pi10^{-7}}=1.104\times10^6\left(\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\right)$$

שאלה 8

א. נשרטט את המחזור הראשון של האות:



ניתן לראות שזמן המחזור של האות הוא:

$$T = 4\left(\text{ms}\right)$$

נחשב את תדר האות:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4\text{m}} = 250\left(\text{Hz}\right)$$

ב. מכיוון שהאות סימטרי, הערך הממוצע שלו אפס. מכול מקום, נציג את דרך החישוב המלאה (נצרך גם לסעיף הבא).

כל מחזור מורכב משני קטעים – שני קווים ישרים. נמצא את משוואת הישר של כל קטע. לשם הנוחות, אנו נעבוד עם המחזור הראשון אותו תיארנו לעיל.

<u>קטע 1</u> (בין 0 ל-2ms):

שיפוע הישר נתון על ידי:

$$a_1 = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{10-0}{2\text{m}-0} = 5000\left(\frac{\text{V}}{\text{s}}\right)$$

ניתן לראות באיור לעיל, שנקודת החיתוך b של הישר עם הציר האנכי היא אפס. נרכיב את משוואת הישר:

$$u_1\left(t\right) = 5000t\left(\text{V}\right)$$

<u>קטע 2</u> (בין 2ms ל-4ms):

מדובר בישר יורד (שיפוע שלילי). נחשב את גודל השיפוע:

$$a_2 = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{-10-0}{4\text{m}-2\text{m}} = -5000\left(\frac{\text{V}}{\text{s}}\right)$$

עלינו למצוא את נקודת החיתוך b_2 של קו זה עם הציר האנכי. נקודה זו אינה נתונה באיור. נוכל לחשבה על ידי הצבת נתונים במשוואת הקו הישר הכללית:

$$y = ax + b$$

זוהי הצורה הכללית של המשוואה מתחום ההנדסה. תחילה "נתאים" משוואה זו לנידון בו אנו עוסקים. בשאלה שלנו, ציר ה-y הוא מתח $u(t)$, וציר ה-x הוא זמן t. מכאן

$$u\left(t\right) = at + b$$

כל שעלינו לעשות הוא להציב את השיפוע שמצאנו, וכן שיעורי נקודה אחת שעל הישר.

נבחר באופן שרירותי להציב את הנקודה ששיעוריה $t=2\text{m}$, $U=0$ ונקבל:

$$0=-5000\cdot 2\times 10^{-3}+b_2$$

$$b_2=10$$

כעת לאחר שיש בידנו את a_2 ו- b_2 נוכל להרכיב את משוואת הישר השני:

$$u_2(t)=-5000t+10\ (\text{V})$$

נציב את משוואות שני הקטעים שקיבלנו במשוואה לחישוב ערך ממוצע:

$$U_{\text{av}}=\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2}\left[u(t)\right]dt=$$

$$=\frac{1}{T}\left(\int_0^{2\text{m}}\left[u_1(t)\right]dt+\int_{2\text{m}}^{4\text{m}}\left[u_2(t)\right]dt\right)=$$

$$=\frac{1}{4\text{m}}\left(\int_0^{2\text{m}}\left[5000t\right]dt+\int_{2\text{m}}^{4\text{m}}\left[-5000t+10\right]dt\right)=0$$

זהו הממוצע של **המתח** על הנגד. בשאלה ביקשו את **הזרם** הממוצע. על פי חוק אום מתקבל:

$$I_{\text{av}}=\frac{U_{\text{av}}}{R}=\frac{0}{R}=0$$

<u>**הערה:**</u> ביאור מלא של נידון זה ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל", בפרק העוסק באותות מחזוריים.

ג. נציב את משוואות שני הקטעים שקיבלנו במשוואה לחישוב ערך יעיל:

$$U_{\text{rms}}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2}\left[u(t)\right]^2dt}=$$

$$=\sqrt{\frac{1}{T}\left(\int_0^{2\text{m}}\left[u_1(t)\right]^2dt+\int_{2\text{m}}^{4\text{m}}\left[u_2(t)\right]^2dt\right)}=$$

$$=\sqrt{\frac{1}{4\text{m}}\left(\int_0^{2\text{m}}\left[5000t\right]^2dt+\int_{2\text{m}}^{4\text{m}}\left[-5000t+10\right]^2dt\right)}=5.773(\text{V})$$

את **הזרם** היעיל אותו ביקשו בשאלה נוכל לקבל בעזרת חוק אום:

$$I_{\text{rms}}=\frac{U_{\text{rms}}}{R}=\frac{5.773}{2}=2.886(\text{A})$$

ד. את **ההספק הממוצע** מחשבים תמיד בעזרת **הערך היעיל** (של המתח או הזרם). מכאן:

$$P_R=I_{\text{rms}}^{\ 2}\cdot R=2.886^2\cdot 2=16.66(\text{W})$$