

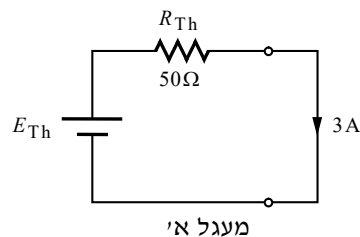
## פתרון מלא לבחינת מה"ט בתורת החשמל – אביב 2020 מועד ב'

### שאלה 1

א. נוח יהיה להיעזר בשאלה זו במשפט תבנין, וכפי שנראה. נמצא מעגל תבנין עבור  $R_L$ . נתון שכאשר  $R_L = 50\Omega$  מתפתח עליו הספק מקסימלי. כידוע במצב של העברת הספק מקסימלי מתקיים  $R_{Th} = R_L$ . מכאן:

$$R_{Th} = R_L = 50(\Omega)$$

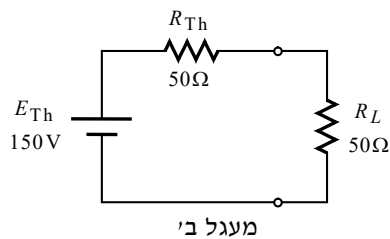
עוד נתון, שכאשר  $R_L = 0$  (כלומר הוא קצר), הזרם דרכו  $3A$ . נשרטט מעגל תוונין מתאים עבור מקרה זה, ונציין על גביו את הידוע לנו:



הנגד  $R_{Th}$  נשאר גם כאן באותו הערך שחישבנו לעיל, שהרי ערכו של  $R_{Th}$  אינו תלוי בערכו של  $R_L$ . נוכל לחשב בקלות את  $E_{Th}$  במעגל זה:

$$E_{Th} = I \cdot R_{Th} = 3 \cdot 50 = 150(V)$$

נחזור כעת למקרה הקודם בו  $R_L = 50\Omega$ . נשרטט מעגל תוונין עבור מקרה זה, ונציין על גביו את הידוע לנו:

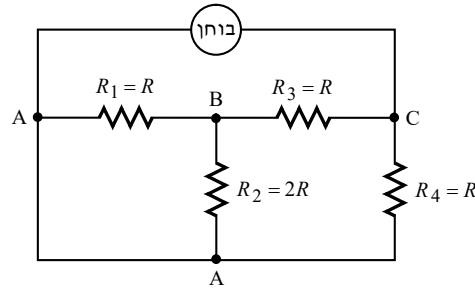


במצב זה כאמור, ההספק של  $R_L$  הוא מרבי. נחשב את גודל ההספק:

$$U_{R_L} = \frac{E_{Th}}{2} = \frac{150}{2} = 75(V)$$

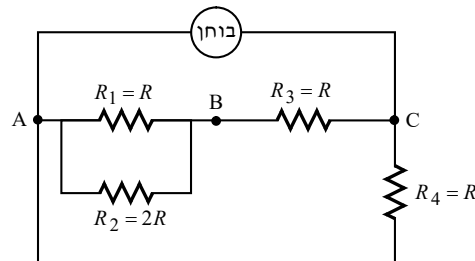
$$P_{R_L} = \frac{U_{R_L}^2}{R_L} = \frac{75^2}{50} = 112.5(W)$$

ב. ידוע לנו ש-  $R_{Th} = 50\Omega$ . נשרטט את המעגל שבשאלה, באופן המתאים לחישוב התנגדות תוונין – את מקור המתח נקצר, ובמקום  $R_L$  נניח מקור בוחר:



לצורך הסבר הפתרון, ניתנו שמות שונים לנגדים. כמו כן סומנו הצמתים במעגל. נרצה למצוא ביטוי להתנגדות הכללית שרואה מקור הבוחן (התנגדות תבנין).

נסדר את המעגל בצורה נוחה יותר, תוך שאנו מקפידים לחבר כל רכיב בין הצמתים אליהם הוא היה מחובר:



ניתן להיווכח כי  $R_2$  עדיין מתוח בין A ל-B, וכפי שהיה במעגל המקורי. נמצא ביטוי להתנגדות תבנין הנראית מהדקי מקור הבוחן:

$$R_{1-2} = R \parallel 2R = \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} = \frac{2R^2}{3R} = 0.66R$$

$$R_{1-3} = R_{1-2} + R_3 = 0.66R + R = 1.66R$$

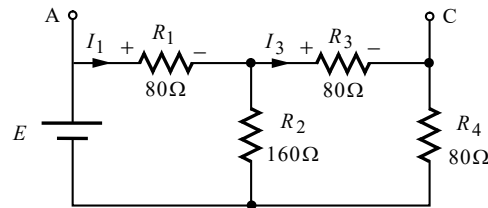
$$R_{Th} = R_{1-4} = R_{1-3} \parallel R_4 = \frac{1.66R \cdot R}{1.66R + R} = \frac{1.66R^2}{2.66R} = 0.625R$$

לעיל ראינו, שההתנגדות תוונין שווה ל-  $50\Omega$ . מכאן:

$$0.625R = 50$$

$$R = 80(\Omega)$$

- ג. ראינו לעיל ש-  $E_{Th} = 150V$ . נשרטט את המעגל שבשאלה, באופן המתאים לחישוב  $E_{Th}$  – את  $R_L$  ננתק, ונציין ערכים לנגדים בהתאם לתוצאה שקיבלנו בסעיף הקודם:



המתח  $E_{Th}$  הוא המתח בין A ל-C. על פי מסלול מתחים בין נקודות אלו מתקבל:

$$E_{Th} = U_{AC} = U_{R_1} + U_{R_3}$$

נרשום את מתחי הנגדים בצורה של זרם מוכפל בהתנגדות:

$$E_{Th} = R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3$$

סכום הנגדים  $R_{3-4}$  זהה לנגד המקביל אליהם –  $R_2$ . מכאן שהזרם  $I_1$  מתחלק בשווה בין שני ענפים אלה. כלומר  $I_3$  הוא חצי מ- $I_1$ . נציב נתון זה במשוואה שקיבלנו ונפתור:

$$E_{Th} = R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot (0.5I_1)$$

$$150 = 80I_1 + 80 \cdot 0.5 \cdot I_1$$

$$150 = 120I_1$$

$$I_1 = 1.25(A)$$

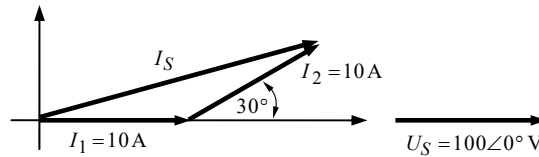
הזרם  $I_1$  הוא הזרם הכללי של המעגל. נחשב את ההתנגדות הכללית, ואת ערכו של מקור המתח:

$$R_T = R_{3-4} \parallel R_2 + R_1 = 160 \parallel 160 + 80 = 80 + 80 = 160(\Omega)$$

$$E = I_1 \cdot R_T = 1.25 \cdot 160 = 200(V)$$

**שאלה 2**

.א.



**ביאור:** הדיאגרמה הנתונה היא דיאגרמה פאזורית של 3 זרמים. ניתן לראות, שהפאזור העליון מתקבל מהחיבור הגראפי של שני הפאזורים התחתונים (חיבור ראש-זנב). מכאן שהוא מייצג את הזרם הכללי של המעגל  $\bar{I}_S$ , המתקבל מהחיבור האלגברי של שני זרמי הענפים  $\bar{I}_1$  ו-  $\bar{I}_2$  (הפאזור המייצג את מתח המקור משמש כפאזור ייחוס שהזווית שלו אפס, ולכן הונח מחוץ לדיאגרמה).

ב. הזרם העובר דרך  $\bar{Z}_1$  סומן לעיל בדיאגרמה ב-  $I_1$ , והזרם העובר דרך  $\bar{Z}_2$  סומן בדיאגרמה ב-  $I_2$  (אפשר היה לבחור להיפך).

מתח המקור הוא כאמור בזווית אפס (נתון בשאלה). הזרם בדיאגרמה שסומן ב-  $I_1$  נמצא באותה זווית של המתח. מכאן ש-  $\bar{Z}_1$  הוא נגד טהור. האיור המתאים לייצוג זה הוא איור a.

הזרם  $I_2$  מקדים ב-  $30^\circ$  את המתח על אותו הענף. מכאן ש-  $\bar{Z}_2$  היא עכבה בעלת אופי קיבולי. האיור המתאים לייצוג שלה הוא איור c. (ביאור מלא אודות ייצוגים גראפיים במעגלי AC ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל", בפרק העוסק במעגלי זרם חילופין).

ג. על פי חוק אום:

$$\bar{Z}_1 = \frac{\bar{U}_S}{\bar{I}_1} = \frac{100}{10} = 10(\Omega)$$

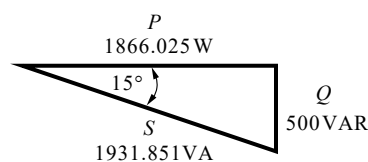
$$\bar{Z}_2 = \frac{\bar{U}_S}{\bar{I}_2} = \frac{100}{10\angle 30^\circ} = 8.66 - j5(\Omega)$$

ד. נחשב את הזרם הכללי של המעגל, ואת ההספקים:

$$\bar{I}_T = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = 10 + 10\angle 30^\circ = 19.318\angle 15^\circ(A)$$

$$\bar{S} = \bar{U}_S \cdot \bar{I}_T^* = (100) \cdot (19.318\angle -15^\circ) = 1866.025 - 500j = 1931.851\angle -15^\circ(VA)$$

נשרטט את משולש ההספקים:



**שאלה 3**

א. הנגדים  $R_\theta, R_3, R_2, R_1$  מהווים גשר ויטסטון. מתח  $U_{ab} = 0$  מתקבל במצב של גשר מאוזן. התנאי לגשר מאוזן הוא:

$$R_1 \cdot R_\theta = R_2 \cdot R_3$$

נציב ערכים ונחשב את  $R_\theta$ :

$$20 \cdot R_\theta = 30 \cdot 15$$

$$R_\theta = 22.5(\Omega)$$

נחשב את הטמפרטורה בה פועל המעגל, בעזרת הנוסחה לתלות ההתנגדות בטמפרטורה:

$$R(\theta_2) = R(\theta_1=20^\circ C) [1 + \alpha(\theta_2 - \theta_1)]$$

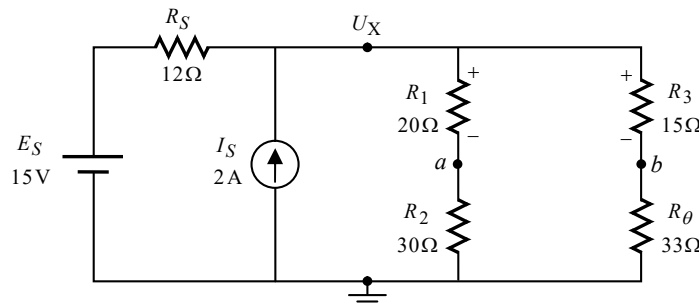
$$22.5 = 9 \left( 1 + \frac{1}{30}(\theta_2 - 20) \right)$$

$$\theta_2 = 65^\circ C$$

ב. נחשב תחילה את ערכו של  $R_\theta$  בטמפרטורה של  $100^\circ C$ , בעזרת הנוסחה מהסעיף הקודם:

$$R(\theta_2) = R(\theta_1=20^\circ C) [1 + \alpha(\theta_2 - \theta_1)] = 9 \left[ 1 + \frac{1}{30}(100 - 20) \right] = 33(\Omega)$$

נשרטט את המעגל המתקבל ונפתור בעזרת משפט מילמן:



$$U_X = \frac{\frac{E_S}{R_S} + I_S}{\frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_\theta}} = \frac{\frac{15}{12} + 2}{\frac{1}{12} + \frac{1}{20+30} + \frac{1}{15+33}} = 26.174(V)$$

נחשב את המתח  $U_{ab}$  בעזרת מסלול מתחים העובר דרך  $R_1$  ו- $R_3$ . נחשב מתחי נגדים אלה בעזרת כלל מחלק המתח:

$$U_{R_1} = \frac{U_X \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{26.174 \cdot 20}{20 + 30} = 10.469(V)$$

$$U_{R_3} = \frac{U_X \cdot R_3}{R_3 + R_\theta} = \frac{26.174 \cdot 15}{15 + 33} = 8.179(V)$$

קוטביות מתחי הנגדים שבמסלול סומנה מראש באיור, על פי כיוון הזרם דרכם (בנגד נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן "פלוס". במעגל זה ניתן היה לקבוע מראש את כיוון הזרם דרך הנגדים, זאת על פי כיוונם של שני המקורות). מכאן:

$$U_{ab} = -U_{R_1} + U_{R_3} = -10.469 + 8.179 = -2.29(V)$$

ג. נתחיל עם מקור המתח. נחשב את הזרם דרכו, ואת ההספק שלו:

$$I_{E_S} = \frac{U_X - E_S}{R_S} = \frac{26.174 - 15}{12} = 0.931(\text{A})$$

$$P_{E_S} = E_S \cdot I_{E_S} = 15 \cdot 0.931 = 13.968(\text{W})$$

המתח על מקור הזרם הוא  $U_X$ . נחשב את ההספק של מקור זה:

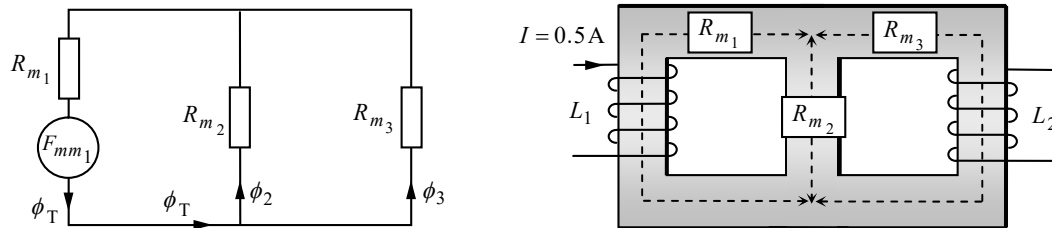
$$P_{I_S} = U_X \cdot I_S = 26.174 \cdot 2 = 52.348(\text{W})$$

ד. **לגבי מקור המתח** – המתח  $U_X$  גדול מערכו של מקור המתח, ולכן הזרם נכנס לתוך ההדק החיובי שלו. מכאן שמקור זה הוא **צרכן**.

**לגבי מקור הזרם** – הפוטנציאל בראש החץ ( $U_X$ ), גבוה מהפוטנציאל בבסיס החץ (אפס), ולכן מקור זה הוא **ספק** (ביאור מלא של נידונים אלה ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל", בפרק העוסק בהספק ואנרגיה).

## שאלה 4

.א.



בצד ימין של האיור מובא תיאור המעגל המגנטי. מיאוני העמודים השונים סומנו כל אחד בסימון שונה. בצד שמאל מובא תיאור "המעגל החשמלי" האנלוגי למעגל המגנטי. כיוונו של השטף  $\phi_T$  העובר דרך סליל 1, נקבע על פי כלל יד ימין לסולנואיד. סליל 2 אינו מחובר למקור אנרגיה ולכן אין לו כמ"מ והוא לא יוצר שטף. נרכז נתונים:

$$\ell_1 = \ell_3 = 220(\text{mm}) = 220 \times 10^{-3}(\text{m})$$

$$\ell_2 = 100(\text{mm}) = 100 \times 10^{-3}(\text{m})$$

$$A = 25(\text{mm}^2) = 25 \times 10^{-6}(\text{m}^2)$$

$$\mu_r = 800$$

$$N_1 = 1800$$

$$N_2 = 2000$$

נחשב תחילה את המיאון המגנטי של כל אחד מחלקי הליבה, ואת המיאון השקול:

$$R_{m_1} = R_{m_3} = \frac{\ell_1}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{220 \times 10^{-3}}{4\pi 10^{-7} \cdot 800 \cdot 25 \times 10^{-6}} = 8.753 \times 10^6 \left( \frac{1}{\text{H}} \right)$$

$$R_{m_2} = \frac{\ell_2}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{100 \times 10^{-3}}{4\pi 10^{-7} \cdot 800 \cdot 25 \times 10^{-6}} = 3.978 \times 10^6 \left( \frac{1}{\text{H}} \right)$$

$$R_{m_T} = R_{m_2} \parallel R_{m_3} + R_{m_1} = \left( \frac{1}{3.978 \times 10^6} + \frac{1}{8.753 \times 10^6} \right)^{-1} + 8.753 \times 10^6 = 11.488 \times 10^6 \left( \frac{1}{\text{H}} \right)$$

נחשב את השטף הכללי:

$$\phi_T = \frac{F_{mm_1}}{R_{m_T}} = \frac{N_1 \cdot I_1}{R_{m_T}} = \frac{1800 \cdot 0.5}{11.488 \times 10^6} = 78.335(\mu\text{Wb})$$

נחשב את השטף העובר דרך הסליל הימני בעזרת כלל מחלק השטף (אנלוגי לכלל מחלק הזרם במעגלים חשמליים):

$$\phi_3 = \frac{\phi_T \cdot R_{m_2}}{R_{m_2} + R_{m_3}} = \frac{78.335 \mu \cdot 3.978 \times 10^6}{3.978 \times 10^6 + 8.753 \times 10^6} = 24.479(\mu\text{Wb})$$

כיוון השטף סומן באיור לעיל.

ב. נוח יהיה במקרה זה לחשב את ההשראות ההדדית בעזרת הנוסחה הבאה :

$$M = \frac{N_2 \cdot \Phi_{21}}{I_1}$$

הגודל  $\Phi_{21}$  הוא השטף בסליל 2, הנגרם מהכמ"מ של סליל 1. במילים אחרות, זהו השטף  $\phi_3$  אותו חישבנו בסעיף הקודם. מכאן :

$$M = \frac{N_2 \cdot \Phi_{21}}{I_1} = \frac{N_2 \cdot \phi_3}{I_1} = \frac{2000 \cdot 24.479 \times 10^{-6}}{0.5} = 97.919 \text{ (mH)}$$

**הערה:** ניתן היה לחשב את ההשראות ההדדית גם בעזרת הנוסחה  $M = k\sqrt{L_1 L_2}$ , אולם מהלך זה היה מצריך אותנו לחשב את  $k$ , ואת ההשראות העצמית של כל סליל, דבר שמאריך את הפתרון באופן יחסי.

ג. נוח יהיה במקרה זה לחשב את הכא"מ בעזרת הנוסחה הבאה :

$$E_2 = M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

הגודל  $\Delta I_1$  מציין את השינוי בזרם של סליל 1 בפרק הזמן  $\Delta t$  (נעיר שאת הסימן השלילי השמטנו מהנוסחה, שכן סימן זה מציין כיוון קוטביות, נתון שאינו רלוונטי בשאלה זו). מכאן :

$$E_2 = M \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = 97.919 \times 10^{-3} \frac{2-0}{5 \times 10^{-3} - 0} = 39.167 \text{ (V)}$$

**הערה:** סעיף זה האחרון עוסק בכא"מ מושרה. ביאור מלא של נידון זה ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל", בפרק העוסק בכא"מ מושרה והשראות, וכן בפרק העוסק במעגלים מגנטיים.



**שאלה 5**

**הקדמה:** למרות ששאלה זו עוסקת בתאים, מכל מקום אין להשתמש כאן בנוסחאות המיוחדות לנושא של תאים, שכן נוסחאות אלו נכונות עבור חיבור תאים זהים בלבד, ואילו בשאלה זו מדובר בתאים שאינם זהים.

א. נצמצם את המקורות ואת הנגדים שבכל ענף לרכיבים שקולים:

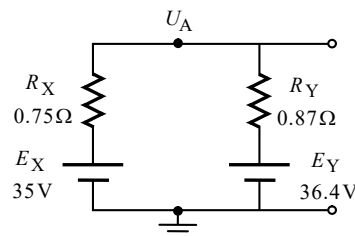
$$E_X = 17.8 + 17.2 = 35(V)$$

$$R_X = 400m + 350m = 750(m\Omega) = 0.75(\Omega)$$

$$E_Y = 18.1 + 18.3 = 36.4(V)$$

$$R_Y = 420m + 450m = 870(m\Omega) = 0.87(\Omega)$$

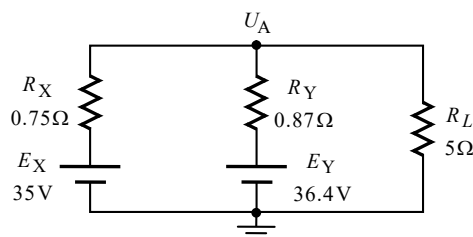
נשרטט את המעגל המתקבל במצב של מפסק פתוח:



נפתור בעזרת משפט מילמן:

$$U_A = \frac{\frac{E_X}{R_X} + \frac{E_Y}{R_Y}}{\frac{1}{R_X} + \frac{1}{R_Y}} = \frac{\frac{35}{0.75} + \frac{36.4}{0.87}}{\frac{1}{0.75} + \frac{1}{0.87}} = 35.648(V)$$

ב. נשרטט את המעגל המתקבל במצב של מפסק סגור:



שוב נפתור בעזרת משפט מילמן:

$$U_A = \frac{\frac{E_X}{R_X} + \frac{E_Y}{R_Y}}{\frac{1}{R_X} + \frac{1}{R_Y} + \frac{1}{R_L}} = \frac{\frac{35}{0.75} + \frac{36.4}{0.87}}{\frac{1}{0.75} + \frac{1}{0.87} + \frac{1}{5}} = 32.990(V)$$

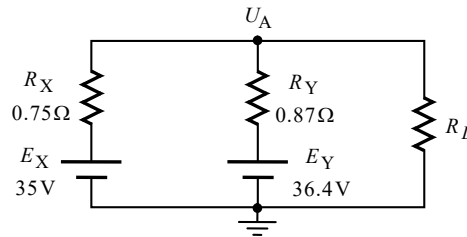
$$I_{R_L} = \frac{U_A}{R_L} = \frac{32.990}{5} = 6.598(A)$$

ג. נחשב את ההתנגדות הנראית מהדקי העומס :

$$R_{eq} = R_X \parallel R_Y = \left( \frac{1}{0.75} + \frac{1}{0.87} \right)^{-1} = 0.4(\Omega)$$

התנאי להעברת הספק מקסימלי הוא  $R_L = R_{eq}$ . תנאי זה אינו מתקיים כאן, ולכן המעגל לא פועל בנקודה שבה העברת האנרגיה לעומס היא מרבית.

ד. נשרטט שוב את המעגל :



מקור מתח ספק, הוא מקור מתח שהזרם יוצא מההדק החיובי שלו. כדי לקיים זאת במעגל שלפנינו נדרש ש-  $U_A$  יהיה קטן יותר משני המקורות. במילים אחרות נדרש  $U_A < 35V$ . נפתור במילמן עבור  $U_A = 35V$ , ונחשב את  $R_L$  :

$$U_A = \frac{\frac{E_X}{R_X} + \frac{E_Y}{R_Y}}{\frac{1}{R_X} + \frac{1}{R_Y} + \frac{1}{R_L}}$$

$$35 = \frac{\frac{35}{0.75} + \frac{36.4}{0.87}}{\frac{1}{0.75} + \frac{1}{0.87} + \frac{1}{R_L}}$$

$$R_L = 21.75(\Omega)$$

ערך זה של  $R_L$  התקבל עבור  $U_A = 35V$  בדיוק. כפי שציינו, הגודל  $U_A$  צריך להיות קטן מזה. מכאן ש-  $R_L$  צריך להיות קטן מהתוצאה שקיבלנו. ובניסוח מתמטי :

$$R_L < 21.75(\Omega)$$

**שאלה 6**

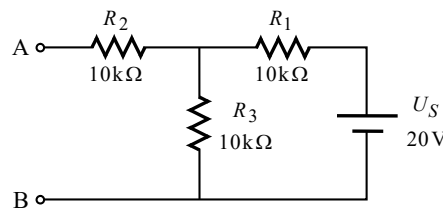
א. ההתנגדות  $R$  שבמשוואת קבוע הזמן, היא ההתנגדות הנראית מהדקי הקבל, לאחר קיצור מקור המתח. נסמן התנגדות זו ב-  $R_{eq}$  ונחשב את ערכה:

$$R_{eq} = R_1 \parallel R_3 + R_2 = \left( \frac{1}{10k} + \frac{1}{10k} \right)^{-1} + 10k = 15(k\Omega)$$

נחשב את קבוע הזמן:

$$\tau = R_{eq}C = (15 \times 10^3) \cdot (4 \times 10^{-6}) = 60(ms)$$

ב. בחלוף תופעות המעבר הקבל שקול לנְתָק. נשרטט את המעגל המתקבל:



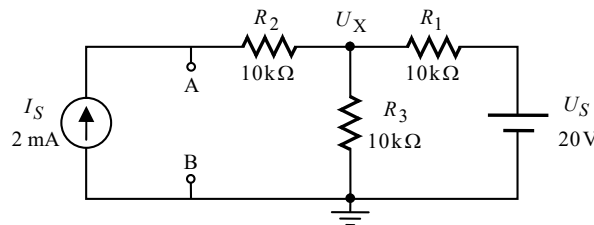
המתח על הקבל הוא המתח בין ההדקים שנותרו לאחר ניתוקו – המתח בין A ל-B. מתח זה הוא המתח על  $R_3$  (שהרי המתח על  $R_2$  הוא אפס). הנגדים  $R_1$  ו- $R_3$  שווים, ולכן מתח המקור מתחלק ביניהם בשווה. מכאן:

$$U_C = U_{AB} = U_{R_3} = \frac{U_S}{2} = \frac{20}{2} = 10(V)$$

נחשב את המטען האגור בקבל:

$$Q_C = U_C \cdot C = 10 \cdot 4\mu = 40(\mu C)$$

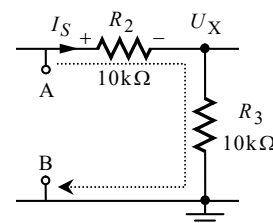
ג. נשרטט את המעגל המתקבל:



המתח על הקבל הוא המתח בין ההדקים A ו-B. נחשב תחילה את  $U_X$  בעזרת משפט מילמן:

$$U_X = \frac{\frac{U_S}{R_1} + I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{20}{10k} + 2m}{\frac{1}{10k} + \frac{1}{10k}} = 20(V)$$

נחשב את המתח בין A ל-B בעזרת מסלול מתחים בין שתי נקודות אלו. נבחר ללכת במסלול העובר דרך  $R_2$  ו- $R_3$ . נתאר מסלול זה ונחשב את המתח המבוקש:



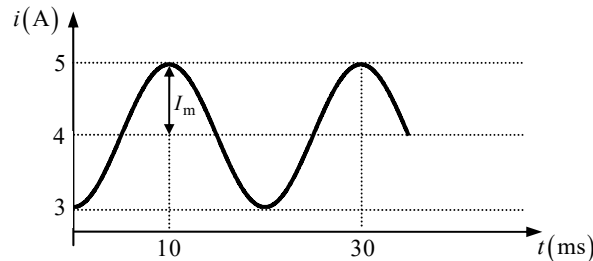
$$U_C = U_{AB} = U_{R_2} + U_{R_3} = I_S \cdot R_2 + U_X = 2m \cdot 10k + 20 = 40(V)$$

ד. **קבוע הזמן לא ישתנה ויקבל את אותו הערך כמו בסעיף א'.** סגירת המפסק SW2 אמנם גררה את חיבורו של מקור הזרם אל המעגל, אולם ממילא, בחישוב ההתנגדות  $R_{eq}$  הנראית מהדקי הקבל יש לנתק את מקורות הזרם, כך שמכל מקום, במקרה זה ההתנגדות  $R_{eq}$  לא תשתנה, ולכן קבוע הזמן יישאר זהה.

**שאלה 7**

א. אוסקילוסקופ (או בקיצור – סקופ). בעברית – משקף תנודות.

ב. נשרטט את צורת האות הנתונה :



נחשב את זמן המחזור ואת התדר :

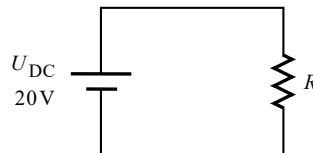
$$T = 30\text{m} - 10\text{m} = 20(\text{ms})$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \times 10^{-3}} = 50(\text{Hz})$$

ג. ננתח מעגל זה בשיטת הסופרפוזיציה. אנו נבחן את התרומה של כל מקור בנפרד, ונשלב בפתרון את הנתונים הרלוונטיים שבגרף.

**תרומת מקור ה-DC :**

נקצר את מקור ה-AC. נזכיר שעבור מקור DC הסליל שקול לקצר במצב המתמיד. נשרטט את המעגל המתקבל :

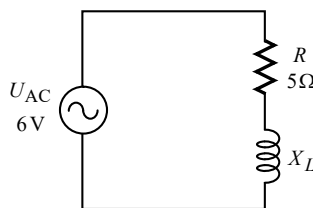


מהגרף ידוע שזרם ה-DC במעגל הוא 4A (ערך ה-DC של אות סינוס הוא תמיד הממוצע שלו). נחשב את ערך הנגד בעזרת חוק אום :

$$R = \frac{U_{DC}}{I} = \frac{20}{4} = 5(\Omega)$$

**תרומת מקור ה-AC :**

נזכיר שעבור מקור AC יש לסליל היגב  $X_L$ . נקצר את מקור ה-DC, ונשרטט את המעגל המתקבל :



נוכל לחשב את תנופת זרם ה-AC מהנתונים שבגרף :

$$I_m = 5 - 4 = 1(\text{A})$$

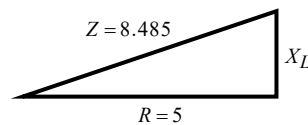
מתח מקור ה-AC נתון בערכו היעיל (כך מובן מתוך אופן ההצגה שלו). על מנת "להתאים" בין מתח זה לזרם, נעבוד עם הערך היעיל של הזרם. נחשב ערך זה:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 \text{ (A)}$$

נחשב את הערך המוחלט של העכבה (מכיוון שאין לנו את זוויות המתח והזרם אין לנו יכולים למצוא העכבה עם הזווית שלה, אלא רק את הערך המוחלט. נוסיף כי אין לומר שזווית המתח אפס וזווית הזרם  $-90^\circ$ , כפי שלכאורה עולה מהגרף, שהרי נתונים אלה מתאימים לעכבה השראותית טהורה, ואילו כאן יש נגד. הלכך יש לומר שאכן יש למתח ולזרם זוויות מסוימות שאינן ידועות לנו. בשל כך נמצא רק את הערך המוחלט של העכבה ומשם נתקדם):

$$|Z| = \frac{U_{AC}}{I} = \frac{6}{0.707} = 8.485 \text{ } (\Omega)$$

נשרטט את משולש העכבות של המעגל:



נחשב את  $X_L$  בעזרת משפט פיתגורס:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{8.485^2 - 5^2} = 6.855 \text{ } (\Omega)$$

נחשב את השראות הסליל:

$$X_L = 2\pi fL \Rightarrow$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{6.855}{2\pi \cdot 50} = 21.822 \text{ (mH)}$$

ד. נחשב תחילה את הערך היעיל השקול של הזרם דרך הנגד, בעזרת הנוסחה לערך יעיל של אות מורכב:

$$I_{\text{rms T}} = \sqrt{I_{\text{rms (DC)}}^2 + I_{\text{rms (AC)}}^2} = \sqrt{4^2 + 0.707^2} = 4.062 \text{ (A)}$$

נחשב את הספק הנגד:

$$P_R = I_{\text{rms T}}^2 \cdot R = 4.062^2 \cdot 5 = 82.5 \text{ (W)}$$

נחשב את האנרגיה במשך דקה (60 שניות):

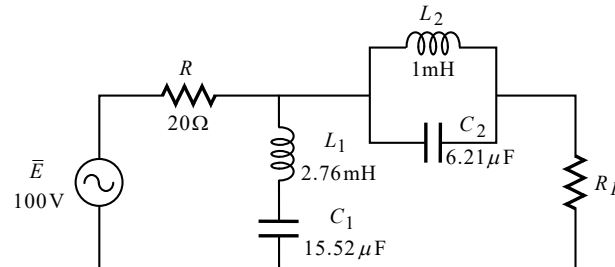
$$W_R = P_R \cdot t = 82.5 \cdot 60 = 4950 \text{ (J)}$$

**שאלה 8**

א. נחשב את הערך היעיל של מקור המתח:

$$\bar{E} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100(V)$$

נשרטט את המעגל המתקבל:



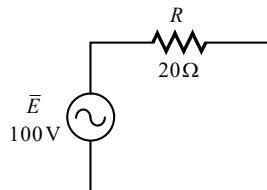
לא יהיה זרם וגם לא הספק בנגד העומס, עבור תהודה טורית בין  $L_1$  ו- $C_1$ , שכן בתהודה טורית סליל וקבל זה שקולים לקצָר, מה שיגרום לקיצורו של  $R_L$ . כמו כן לא יהיה זרם וגם לא הספק בנגד העומס, עבור תהודה מקבילית בין  $L_2$  ו- $C_2$ , שכן בתהודה מקבילית סליל וקבל זה שקולים לנְתָק, מה שיגרום לניתוקו של  $R_L$  מהמעגל.

נחשב את תדר התהודה עבור שני המקרים:

$$f_{01} = \frac{\omega_{01}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2.76 \times 10^{-3} \cdot 15.52 \times 10^{-6}}} = 768.988(\text{Hz})$$

$$f_{02} = \frac{\omega_{02}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 \times 10^{-3} \cdot 6.21 \times 10^{-6}}} = 2019.641(\text{Hz})$$

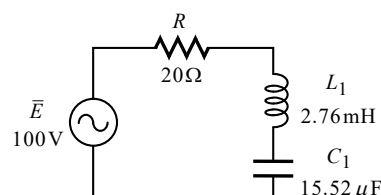
ב. נשרטט את המעגל המתקבל עבור  $f_{01}$ . בתדר זה,  $L_1$  ו- $C_1$  שקולים לקצָר. מכאן:



נחשב את הזרם במעגל:

$$\bar{I}_{T1} = \frac{\bar{E}}{R} = \frac{100}{20} = 5 \angle 0^\circ (A)$$

נשרטט כעת את המעגל המתקבל עבור  $f_{02}$ . בתדר זה,  $L_2$  ו- $C_2$  בתהודה, והם שקולים לנְתָק ( $L_1$  ו- $C_1$  אינם בתהודה עבור תדר זה). מכאן:



נחשב את התנגדויות המעגל המתקבלות עבור  $f_{0_2}$ , ואת הזרם במעגל:

$$X_L = 2\pi f_{0_2} L = 2\pi \cdot 2019.641 \cdot 2.76 \times 10^{-3} = 35.023(\Omega)$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_{0_2} C} = \frac{1}{2\pi \cdot 2019.641 \cdot 15.52 \times 10^{-6}} = 5.077(\Omega)$$

$$\bar{Z}_T = R + jX_L - jX_C = 20 + j35.023 - j5.077 = 20 + j29.946(\Omega)$$

$$\bar{I}_{T_2} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_T} = \frac{100}{20 + j29.946} = 2.776 \angle -56.262^\circ (\text{A})$$

ג. נחשב את ההספקים המתקבלים עבור  $f_{0_1}$ :

$$\bar{S}_1 = \bar{E} \cdot \bar{I}_{T_1}^* = 100 \cdot 5 = 500(\text{VA})$$

נרשום את ההספקים שקיבלנו:

$$P_1 = 500(\text{W})$$

$$Q_1 = 0(\text{VAR})$$

$$S_1 = 500(\text{VA})$$

נציין שמראש יכולנו לראות שבמקרה זה ההספק ההיגבי  $Q$  שווה לאפס, שהרי במקרה זה יש במעגל נגד בלבד, הלכך יכולנו לחשב רק את  $P$  ו- $S$ . מכל מקום בחרנו לחשב בדרך זו, זאת על מנת להציג את שלושת ההספקים כנדרש בשאלה, וכן על מנת להציג פתרון אחיד עבור שני התדרים.

נחשב את ההספקים המתקבלים עבור  $f_{0_2}$ :

$$\bar{S}_2 = \bar{E} \cdot \bar{I}_{T_2}^* = (100) \cdot (2.776 \angle +56.262^\circ) = 154.22 + j230.92 = 277.69 \angle 56.26^\circ (\text{VA})$$

נרשום את ההספקים שקיבלנו:

$$P_2 = 154.22(\text{W})$$

$$Q_2 = 230.92(\text{VAR})$$

$$S_2 = 277.69(\text{VA})$$