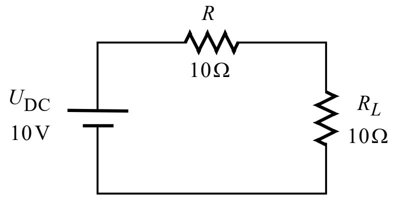
פתרון מלא לבחינת מה״ט בתורת החשמל – אביב 2020 מועד א׳

שאלה 1

א. המעגל שבמשאלה זו כולל שני מקורות משני סוגים שונים – DC ו-AC. במקרים אלה יש לפתור בעזרת **סופרפוזיציה**. בסעיף זה התבקשנו לחשב את הזרם של R_L שתורם מקור ה-DC בלבד. לפיכך יש לקצר את מקור ה-AC.

בנוסף יש לזכור, שכידוע עבור מקור DC הסלילים שקולים לקֶצֶר, והקבלים שקולים לנֶתֶק (במצב המתמיד, שהוא ברירת המחדל אם לא נאֱמר אחרת). נשרטט את המעגל המתקבל ונחשב את הזרם:



$$I_{R_{L(\mathrm{DC})}}=\frac{U_{\mathrm{DC}}}{R+R_L}=\frac{10}{10+10}=0.5(\mathrm{A})$$

ב. בסעיף זה התבקשנו לחשב את אות הזרם **הכולל** דרך R_L (שהרי לא ציינו זרם DC או AC). את הזרם שתורם מקור ה-DC כבר חישבנו בסעיף א׳. נחשב כעת את הזרם שתורם מקור ה-AC בלבד, ולאחר מכן נחבר בין שני החלקים.

מתח מקור ה-AC נתון על ידי:

$$u(t)=20\sin(2000\pi t)(\mathrm{V})$$

נציג את מתח המקור בהצגה חלקית (פאזורית):

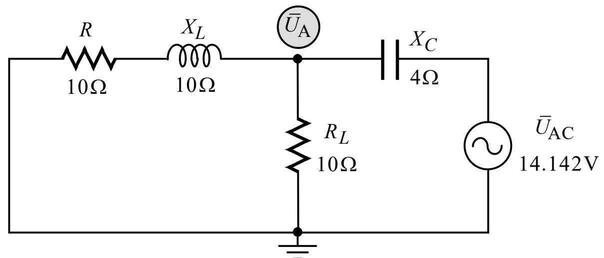
$$\bar{U}_{\mathrm{AC}}=\frac{20}{\sqrt{2}}=14.142(\mathrm{V})$$

נזכיר שב-AC הסלילים והקבלים אינם נתק או קצר, אלא יש להם היגב מסוים. נחשב את ההיגבים בעזרת התדירות הזוויתית הנתונה במשוואת מקור המתח (2000π):

$$X_L=\omega L=2000\pi\cdot 1.59\times 10^{-3}\approx 10(\Omega)$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2000\pi\cdot 39.8\times 10^{-6}}\approx 4(\Omega)$$

נקצר את מקור ה-DC ונשרטט את המעגל המתקבל:



ניעזר במשפט מילמן ונחשב את $\bar{U}_{\mathrm{A}}$:

$$\bar{U}_{\mathrm{A}} = \frac{\dfrac{\bar{U}_{\mathrm{AC}}}{-jX_C}}{\dfrac{1}{R+jX_L}+\dfrac{1}{R_L}+\dfrac{1}{-jX_C}} = \frac{\dfrac{14.142}{-j4}}{\dfrac{1}{10+j10}+\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{-j4}} = 14.142\angle 36.869°(\mathrm{V})$$

נחשב את זרם ה-AC העובר דרך R_L :

$$I_{R_L(\mathrm{AC})} = \frac{\bar{U}_{\mathrm{A}}}{R_L} = \frac{14.142\angle 36.869°}{10} = 1.414\angle 36.869°(\mathrm{A})$$

נסכם את התרומות ונציג ביטוי כולל לזרם העובר דרך R_L. בשאלה לא נתון כיוון למקור ה-AC, הלכך נניח שסימן ה"פלוס" מופיע בחלקו העליון (כמו מקור ה-DC). על פי הנחה זו שני המקורות פועלים בכיוונים זהים על R_L, ולכן יש **לחבר** בין שתי התרומות. כידוע, בחיבור תרומות של מקורות שונים בסופרפוזיציה, יש להציג את התרומות **כתלות בזמן**. מכאן:

$$i_{R_L}(t) = i_{R_L(\mathrm{DC})} + i_{R_L(\mathrm{AC})} = 0.5 + 1.414\sqrt{2}\sin(2000\pi t + 36.869°)(\mathrm{A})$$

<u>**הערה:**</u> אין לחבר את תרומת מקור ה-AC כשהיא בייצוג חלקי עם תרומת מקור ה-DC, לשם קבלת מספר כולל. הדבר ייתן תוצאה חסרת משמעות. חיבור התרומות למספר אחד אפשרי בחישוב ערך ממוצע או ערך יעיל, וכפי שנראה בסעיף הבא. ביאור מלא אודות סופרפוזיציה במעגל הכולל מקורות מסוגים שונים, ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל להנדסאים", בפרק העוסק במשפטי רשת.

ג. את ההספק יש לחשב תמיד בעזרת **הערך היעיל**. נוכל לקבל את הערך היעיל של הזרם בעזרת הנוסחה לערך יעיל של אות מורכב:

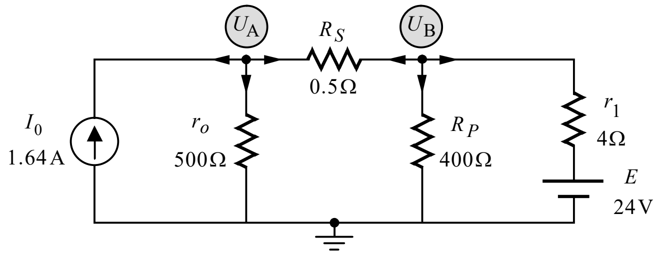
$$I_{R_L(\mathrm{rms})} = \sqrt{I^2_{\mathrm{DC(rms)}} + I^2_{\mathrm{AC(rms)}}} = \sqrt{0.5^2 + 1.414^2} = 1.5(\mathrm{A})$$

נחשב את ההספק:

$$P_{R_L} = I^2_{R_L(\mathrm{rms})} \times R_L = 1.5^2 \cdot 10 = 22.5(\mathrm{W})$$

שאלה 2

א. נשרטט את המעגל מחדש, בצורה "מסודרת" יותר:



נפתור במתחי צמתים. הנחנו כתמיד שכל הזרמים יוצאים מהצומת.

צומת A:

נרשום את משוואת הזרמים לצומת A:

שלב א': $(A)\, I_X + I_{r_o} + I_{R_S} = 0$

נבטא את הזרמים כמתח חלקי התנגדות (מלבד כמובן הזרם של מקור הזרם):

שלב ב': $(A)\, -I_0 + \frac{U_A - 0}{r_o} + \frac{U_A - U_B}{R_S} = 0$

נסדר את המשוואה שקיבלנו:

שלב ג': $(A)\left(\frac{1}{r_o} + \frac{1}{R_S}\right)U_A - \left(\frac{1}{R_S}\right)U_B = I_0$

נציב ערכים:

שלב ד': $(A)\left(\frac{1}{500} + \frac{1}{0.5}\right)U_A - \left(\frac{1}{0.5}\right)U_B = 1.64$

צומת B:

נרשום את משוואת הזרמים לצומת B:

שלב א': $(B)\, I'_{R_S} + I_{R_P} + I_{r_1} = 0$

נבטא את הזרמים כמתח חלקי התנגדות:

שלב ב': $(B)\, \frac{U_B - U_A}{R_S} + \frac{U_B - 0}{R_P} + \frac{U_B - E}{r_1} = 0$

נסדר את המשוואה שקיבלנו:

שלב ג': $(B) -\left(\frac{1}{R_S}\right)U_A + \left(\frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_P} + \frac{1}{r_1}\right)U_B = \frac{E}{r_1}$

נציב ערכים:

שלב ד': $(B) -\left(\frac{1}{0.5}\right)U_A + \left(\frac{1}{0.5} + \frac{1}{400} + \frac{1}{4}\right)U_B = \frac{24}{4}$

נסכם. קיבלנו שתי משוואות בשני נעלמים:

$$\begin{cases}(\mathrm{A})\left(\frac{1}{500}+\frac{1}{0.5}\right)U_\mathrm{A}-\left(\frac{1}{0.5}\right)U_\mathrm{B}=1.64\\ (\mathrm{B})-\left(\frac{1}{0.5}\right)U_\mathrm{A}+\left(\frac{1}{0.5}+\frac{1}{400}+\frac{1}{4}\right)U_\mathrm{B}=\frac{24}{4}\end{cases}$$

פתרון המשוואות נותן:

$$U_\mathrm{A}=30.802(\mathrm{V})$$

$$U_\mathrm{B}=30.013(\mathrm{V})$$

המתח הנופל על מקור הזרם הוא U_A. נחשב את ההספק של מקור זה:

$$P_{I_0}=U_\mathrm{A}\cdot I_0=30.802\cdot 1.64=50.516(\mathrm{W})$$

הזרם דרך E נתון על ידי:

$$I_E=I_{r_1}=\frac{U_\mathrm{B}-E}{r_1}=\frac{30.013-24}{4}=1.503(\mathrm{A})$$

נחשב את ההספק של E:

$$P_E=E\cdot I_E=24\cdot 1.503=36.080(\mathrm{W})$$

ב. המתח הנופל על r_o הוא U_A. נחשב את ההספק שצורך r_o:

$$P_{r_o}=\frac{U_\mathrm{A}^2}{r_o}=\frac{30.802^2}{500}=1.897(\mathrm{W})$$

ההספק שמעביר מקור הזרם אל המעגל הוא:

$$P_{I_0}\,\textbf{מועיל}=P_{I_0}-P_{r_o}=50.516-1.897=48.618(\mathrm{W})$$

נצילות מקור הזרם היא:

$$\eta=\frac{P_{I_o}\,\textbf{מועיל}}{P_{I_o}}\cdot 100=\frac{48.618}{50.516}\cdot 100=96.243\%$$

<u>הערה:</u> ניתן היה להבין את נוסח השאלה בדרכים נוספות ("נצילות העברת האנרגיה של מקור הזרם אל המעגל"). אנו פתרנו לפי מה שנראה שאליו התכוון כותב השאלה.

ג. מכיוון שגודל הסוללה הוא 24V, צריך שבצומת B, יהיה מתח גבוה מ-24V, מה שיגרום לזרם לתוך ההדק החיובי של המקור. נוכל לפתור בשיטת מתחי הצמתים עבור $U_\mathrm{B}=24\mathrm{V}$. המשוואות יהיו כמו בסעיף א', אלא שכעת ידוע הערך $U_\mathrm{B}=24\mathrm{V}$, והגודל I_0 הוא הנעלם. נרשום תחילה את משוואת צומת B (משלב ב' לעיל):

$$(\mathrm{B})\,\frac{U_\mathrm{B}-U_\mathrm{A}}{R_S}+\frac{U_\mathrm{B}-0}{R_P}+\frac{U_\mathrm{B}-E}{r_1}=0$$

במשוואה שקיבלנו, רק ערכו של U_A אינו ידוע. כלומר זוהי משוואה בנעלם אחד. נציב ערכים ונחשב את U_A.

$$\frac{24-U_A}{0.5}+\frac{24-0}{400}+\frac{24-24}{4}=0$$

$$\frac{24-U_A}{0.5}=-0.06$$

$$U_A=24.03(\mathrm{V})$$

נרשום כעת את משוואת צומת A (משלב ב' לעיל), נציב ערכים, ונחשב את ערכו של מקור הזרם:

$$(\mathrm{A})-I_0+\frac{U_A-0}{r_o}+\frac{U_A-U_B}{R_S}=0 \qquad \Rightarrow$$

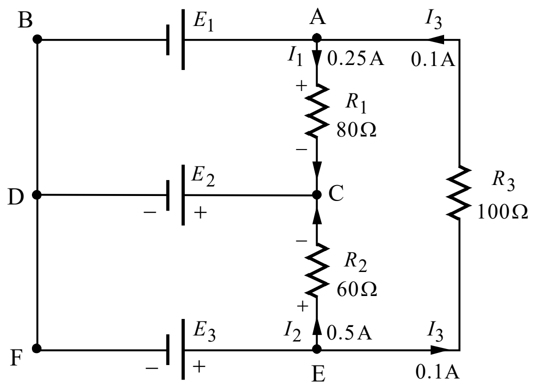
$$I_0=\frac{U_A-0}{r_o}+\frac{U_A-U_B}{R_S}=\frac{24.03}{500}+\frac{24.03-24}{0.5}=108.06(\mathrm{mA})$$

ערך זה של מקור הזרם שקיבלנו, נותן בדיוק 24V בצומת B (שהרי הפתרון התבסס על ההנחה שבצומת B יש 24V). כדי שמקור המתח יתחיל להיטען, נדרש **יותר** מ-24V בצומת B. מכאן שעל מקור הזרם להיות **גדול** מ- $108.06\,\mathrm{mA}$. ובניסוח מתמטי:

$$I_0>108.06(\mathrm{mA})$$

שאלה 3

א. נשרטט את המעגל ונציין את הנתונים הידועים לנו על גבי השרטוט:



נחשב את הזרם העובר דרך כל מקור על ידי חוק הזרמים של קירכהוף, הקובע שסכום הזרמים הנכנסים לצומת שווה לסכום הזרמים היוצאים ממנו. מכאן:

$$I_{E_1} = I_1 - I_3 = 0.25 - 0.1 = 0.15(\text{A})$$

$$I_{E_2} = I_1 + I_2 = 0.25 + 0.5 = 0.75(\text{A})$$

$$I_{E_3} = I_2 + I_3 = 0.5 + 0.1 = 0.6(\text{A})$$

ב. נתון שההספק של E_3 הוא 36W. נחשב את הכא"מ של E_3 בעזרת הקשר הבא:

$$P_{E_3} = E_3 \cdot I_{E_3} \qquad \Rightarrow$$

$$E_3 = \frac{P_{E_3}}{I_{E_3}} = \frac{36}{0.6} = 60(\text{V})$$

את מתחי המקורות הנוספים נוכל לקבל בעזרת מסלול מתחים בין שתי נקודות. המתח של E_2 הוא המתח בין C ל-D. נחשב מתח זה בעזרת המסלול העובר דרך R_2 ו- E_3. קוטביות המתחים שבמסלול סומנה באיור (בנגד, נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן חיובי. במקור מתח, הקוטביות נקבעת על ידי ההדקים). מכאן:

$$E_2 = -U_{R_2} + E_3 = -I_{R_2} \cdot R_2 + E_3 = -0.5 \cdot 60 + 60 = 30(\text{V})$$

המתח של E_1 הוא המתח בין A ל-B. נחשב מתח זה בעזרת המסלול העובר דרך R_1 ו- E_2:

$$E_1 = +U_{R_1} + E_2 = I_{R_1} \cdot R_1 + E_2 = 0.25 \cdot 80 + 30 = 50(\text{V})$$

ג. ההספק של E_3 נתון בשאלה (36W). נחשב את הספקי שני המקורות הנוספים:

$$P_{E_1} = I_{E_1} \cdot E_1 = 0.15 \cdot 50 = 7.5(\text{W})$$

$$P_{E_2} = I_{E_2} \cdot E_2 = 0.75 \cdot 30 = 22.5(\text{W})$$

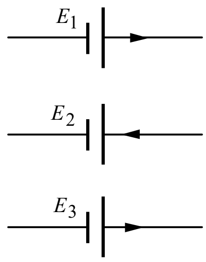
נחשב את הספקי הנגדים:

$$P_{R_1} = {I_{R_1}}^2 \cdot R_1 = 0.25^2 \cdot 80 = 5(\text{W})$$

$$P_{R_2} = {I_{R_2}}^2 \cdot R_2 = 0.5^2 \cdot 60 = 15(\text{W})$$

$$P_{R_3} = {I_{R_3}}^2 \cdot R_3 = 0.1^2 \cdot 100 = 1(\text{W})$$

מאזן הספקים הינו בדיקה המשווה בין ההספק **המושקע** במעגל (ספקים), לבין ההספק **הנצרך** (צרכנים). נתאר את כיווני הזרמים דרך המקורות, אותם קיבלנו בסעיף א׳:



מכיווני הזרמים עולה, כי E_1 ו- E_3 הם ספקים, ואילו E_2 הוא צרכן. נשווה בין הַסַפקים לבין הצרכנים:

$$\sum P_{\text{ספקים}} = \sum P_{\text{צרכנים}}$$

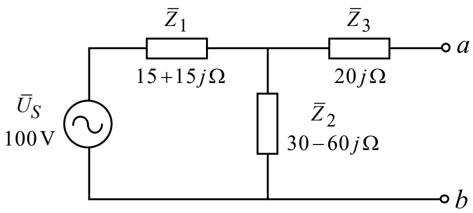
$$P_{E_1} + P_{E_3} = P_{E_2} + P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3}$$

$$7.5 + 36 = 22.5 + 5 + 15 + 1$$

$$43.5\,\mathrm{W} = 43.5\,\mathrm{W}$$

שאלה 4

א. לשם הנוחות, נציג את ההתנגדויות השונות כעכבות ונשרטט את המעגל המתקבל:



חישוב מתח תוונין:

המתח $\bar{E}_{\mathrm{Th}}$ הוא המתח בין a ל-b. נוכל לקבל מתח זה בעזרת מסלול מתחים בין שתי הנקודות, העובר דרך $\bar{Z}_2$ ו- $\bar{Z}_3$. דרך $\bar{Z}_3$ לא זורם זרם, ולכן המתח של עכבה זו הוא אפס. נמצא ש- $\bar{E}_{\mathrm{Th}}=\bar{U}_{Z_2}$. נחשב מתח זה בעזרת כלל מחלק המתח:

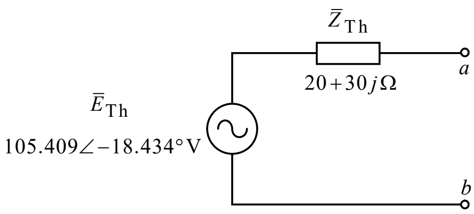
$$\bar{E}_{\mathrm{Th}}=\bar{U}_{ab}=\bar{U}_{Z_2}=\frac{\bar{U}_S\cdot\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1+\bar{Z}_2}=\frac{100\cdot(30-60j)}{15+15j+30-60j}=105.409\angle-18.434°(\mathrm{V})$$

חישוב עכבת תוונין:

נקצר את מקור המתח, ונחשב את העכבה "הנראית" מההדקים ab:

$$\bar{Z}_{\mathrm{Th}}=\bar{Z}_1\parallel\bar{Z}_2+\bar{Z}_3=\left(\frac{1}{15+15j}+\frac{1}{30-60j}\right)^{-1}+20j=20+30j=36.055\angle56.309°(\Omega)$$

נשרטט את המעגל המתקבל כנדרש בשאלה:



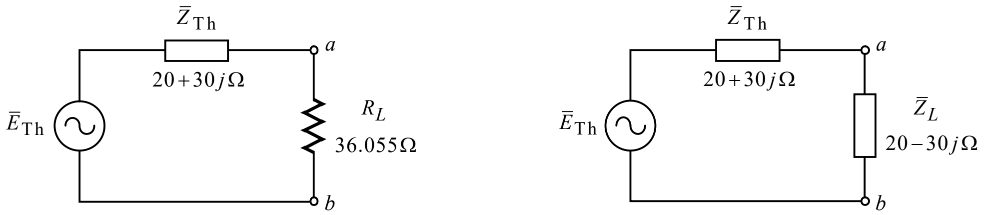
ב. נחבר תחילה את **הנגד** R_L בין הנקודות ab. במקרה זה, על מנת שיתפתח הספק מקסימלי על R_L, עליו להיות שווה **לערך המוחלט** של $\bar{Z}_{\mathrm{Th}}$. ניתן לקבל ערך זה מתוך ההצגה הפולארית של $\bar{Z}_{\mathrm{Th}}$. מכאן:

$$R_L=\left|\bar{Z}_{\mathrm{Th}}\right|=36.055(\Omega)$$

נחבר כעת את **העכבה** $\bar{Z}_L$ בין הנקודות ab. במקרה זה, על מנת שיתפתח הספק מקסימלי על $\bar{Z}_L$, עליה להיות שווה **לצמוד** של $\bar{Z}_{\mathrm{Th}}$. מכאן:

$$\bar{Z}_L=\bar{Z}_{\mathrm{Th}}^{\,*}=20-30j(\Omega)$$

ג. ניעזר במעגל תוונין שקיבלנו. נחבר אליו כל אחד מהצרכנים בנפרד:



נחשב את ההספק במעגל השמאלי:

$$\overline{I}_{R_L}=\frac{\overline{E}_{\text{Th}}}{\overline{Z}_{\text{Th}}+R_L}=\frac{105.409\angle-18.434°}{20+30j+36.055}=1.657\angle-46.589°(\text{A})$$

$$P_{R_L}=I_{R_L}{}^2\cdot R_L=1.657^2\cdot 36.055=99.108(\text{W})$$

נחשב את ההספק במעגל הימני. יש לשים לב שהתבקשנו לחשב את ההספק **הפעיל *P***, שהוא ההספק על החלק ההתנגדותי של העומס. מכאן:

$$\overline{I}_{Z_L}=\frac{\overline{E}_{\text{Th}}}{\overline{Z}_{\text{Th}}+\overline{Z}_L}=\frac{105.409\angle-18.434°}{20+30j+20-30j}=2.635\angle-18.434°(\text{A})$$

$$P_{Z_L}=I_{Z_L}{}^2\cdot R_{(Z_L)}=2.635^2\cdot 20=138.888(\text{W})$$

שאלה 5

א. הסליל מחובר למקור מתח DC. כידוע עבור מקור DC הסליל שקול לקֶצר במצב המתמיד. כיוון שכך, המעגל החשמלי המזין את הסליל, יכלול אז רק את המקור U_S, ואת ההתנגדות האומית של הסליל R (שאינה נראית באיור שבטופס המבחן). הזרם במצב זה נתון בגרף – 5A. נוכל לחשב את ההתנגדות R בקלות בעזרת חוק אום:

$$R=\frac{U_S}{I}=\frac{20}{5}=4(\Omega)$$

ב. נרכז נתונים:

$$\ell_c=12(\text{cm})=12\times10^{-2}(\text{m})=0.12(\text{m})$$

$$\ell_g=6.5(\text{mm})=6.5\times10^{-3}(\text{m})$$

$$A=2\left(\text{cm}^2\right)=2\times10^{-4}\left(\text{m}^2\right)$$

$$\mu_r=1500$$

$$N=500$$

נחשב את המיאון השקול של המעגל המגנטי. מעגל זה כולל שני מיאונים המחוברים בטור – מיאון הליבה R_{m_c}, ומיאון חריץ האוויר R_{m_g}. נחשב את מיאון הליבה:

$$R_{m_c}=\frac{\ell_c}{\mu_0\mu_r A}=\frac{0.12}{4\pi\times10^{-7}\cdot1500\cdot2\times10^{-4}}=318.309\times10^3\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

נחשב את מיאון חריץ האוויר (נזכיר שבאוויר $\mu_r=1$):

$$R_{m_g}=\frac{\ell_g}{\mu_0\cancel{\mu_r}A}=\frac{6.5\times10^{-3}}{4\pi\times10^{-7}\cdot2\times10^{-4}}=25.862\times10^6\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

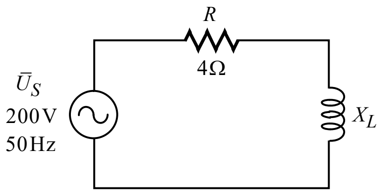
מכיוון שמדובר במעגל מגנטי טורי, המיאון השקול יתקבל מסכום שני המיאונים שחישבנו:

$$R_{m_\text{T}}=R_{m_c}+R_{m_g}=318.309\times10^3+25.862\times10^6=26.180\times10^6\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

את ההשראות נחשב בעזרת הנוסחה הבאה:

$$L=\frac{N^2}{R_{m_\text{T}}}=\frac{500^2}{26.180\times10^6}=9.548(\text{mH})$$

ג. סעיף זה, כמו סעיף א׳, עוסק במעגל החשמלי המזין את המעגל המגנטי. כאשר הסליל מחובר למקור סינוסי, הוא לא קצר ולא נתק, אלא יש לו היגב מסוים X_L , זאת בנוסף להתנגדות האומית R אותה חישבנו בסעיף א׳. למעשה, סעיף זה הוא שאלה של חישוב הספקים, במעגל AC טורי פשוט. נשרטט את המעגל החשמלי המתקבל:



נחשב את היגב הסליל:

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 50 \cdot 9.548\times10^{-3} = 2.999(\Omega) \approx 3(\Omega)$$

נחשב את הזרם במעגל:

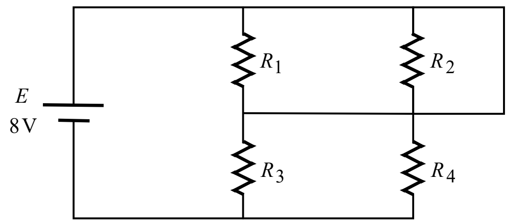
$$\bar{I} = \frac{\bar{U}_S}{R + jX_L} = \frac{200}{4+3j} = 40\angle -36.869°(\mathrm{A})$$

נחשב את ההספק המרוכב של המקור:

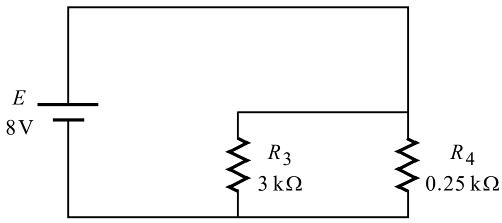
$$\bar{S} = \bar{U}_S \cdot \bar{I}^* = (200)(40\angle 36.869°) = 6400 + 4800j(\mathrm{VA})$$

שאלה 6

א. סעיף זה עוסק בתחילת התהליך, בו הקבלים שקולים לקֶצֶר. נשרטט את המעגל המתקבל, בשני שלבים:



שלב א'



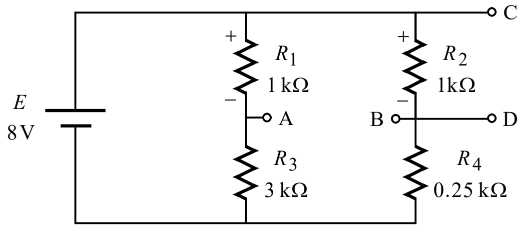
שלב ב'

בשלב א' רק קיצרנו את הקבלים. ניתן לראות שקיצורו של C_2 גורם לקיצורים של R_1 ו- R_2 (הם מחוברים במקביל לקצר). בשלב ב' שרטטנו את המעגל המתקבל ללא נגדים אלה. נחשב את הזרם הכללי של המעגל:

$$R_{\mathrm{T}}=\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{3\mathrm{k}}+\frac{1}{0.25\mathrm{k}}\right)^{-1}=230.769(\Omega)$$

$$I_{\mathrm{T}}=\frac{E}{R_{\mathrm{T}}}=\frac{8}{230.769}=34.666(\mathrm{mA})$$

ב. בסיום תהליך הטעינה הקבלים שקולים לנֶתֶק. נשרטט את המעגל המתקבל:



המתח על C_1 הוא המתח בין A ל-B. נחשב מתח זה בעזרת מסלול מתחים בין שתי הנקודות. נבחר ללכת במסלול העובר דרך R_1 ו- R_2. נחשב את המתחים של נגדים אלה:

$$U_{R_1}=\frac{E\cdot R_1}{R_1+R_3}=\frac{8\cdot 1\mathrm{k}}{1\mathrm{k}+3\mathrm{k}}=2(\mathrm{V})$$

$$U_{R_2}=\frac{E\cdot R_2}{R_2+R_4}=\frac{8\cdot 1\mathrm{k}}{1\mathrm{k}+0.25\mathrm{k}}=6.4(\mathrm{V})$$

קוטביות מתחי הנגדים שחישבנו סומנה באיור (בנגד, נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן חיובי). מכאן:

$$U_{C_1}=U_{\mathrm{AB}}=-U_{R_1}+U_{R_2}=-2+6.4=4.4(\mathrm{V})$$

המתח על C_2 הוא המתח בין C ל-D. זהו למעשה המתח על R_2 אותו חישבנו כבר:

$$U_{C_2}=U_{\mathrm{CD}}=U_{R_2}=6.4(\mathrm{V})$$

ג. הפתיחה הראשונית של SW2 גורמת לכך שיהיה נתק בטור לקבל C_1. נתק זה מונע מהקבל C_1 להתפרק, ולכן האנרגיה שהייתה אגורה בו תישמר.

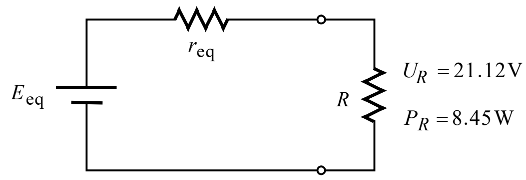
הפתיחה של SW1 לאחר מכן, גורמת לקבל C_2 להתחיל בתהליך פריקה, עד לאיבוד כל האנרגיה שהייתה אגורה בו.

נמצא שהאנרגיה האגורה במעגל זמן רב לאחר פתיחת המפסקים, היא האנרגיה של C_1 בלבד. נחשב אנרגיה זו. מהסעיף הקודם ידוע לנו המתח שהיה על C_1 לפני פתיחת המפסק. מכאן:

$$W_{\mathrm{T}} = W_{C_1} = \frac{C_1 \cdot U_{C_1}^{\,2}}{2} = \frac{5\times 10^{-6} \cdot 4.4^2}{2} = 48.4(\mu\mathrm{J})$$

<u>שאלה 7</u>

א. המתח וההספק הנתונים, הם המתח וההספק של הנגד R . נשרטט מעגל נוח לעבודה, ונציין על גביו את הידוע לנו :



הנצילות מוגדרת על ידי :

$$\eta = \frac{P_{\text{מועיל}}}{P_{\text{מושקע}}} \cdot 100\%$$

במקרה שלנו, **ההספק המועיל** הוא ההספק הנתון של R (ההספק של r_{eq} נחשב להספק מבוזבז של התנגדות פנימית לא רצויה). **ההספק המושקע** הוא ההספק של מקור האנרגיה. בנתון של הנצילות – 0.96, הכוונה מן הסתם ל- 96% (לעיתים הנצילות מוצגת באחוזים, ולעיתים כמספר עשרוני). לכן אין להכפיל את המשוואה במקרה זה ב- 100%. מכאן :

$$\eta = \frac{P_R}{P_{E_{eq}}} \quad \Rightarrow$$

$$P_{E_{eq}} = \frac{P_R}{\eta} = \frac{8.45}{0.96} = 8.802(\text{W})$$

נחשב את הזרם העובר דרך R בעזרת נתוני השאלה :

$$P_R = U_R \cdot I \quad \Rightarrow$$

$$I = \frac{P_R}{U_R} = \frac{8.45}{21.12} = 0.400(\text{A})$$

זהו גם זרם המקור. כעת כבר יש לנו שני נתונים על המקור (זרם והספק). נחשב את הכא"מ שלו :

$$P_{E_{eq}} = E_{eq} \cdot I \quad \Rightarrow$$

$$E_{eq} = \frac{P_{E_{eq}}}{I} = \frac{8.802}{0.400} = 22(\text{V})$$

ב. בסעיף זה מבקשים למעשה את n ו- m. נתון שהכא"מ של כל תא הוא 2V. נחשב את n בעזרת הנוסחה הבאה :

$$E_{eq} = nE \quad \Rightarrow$$

$$n = \frac{E_{eq}}{E} = \frac{22}{2} = 11$$

נחשב כעת את r_{eq}. המתח הנופל על נגד זה הוא :

$$U_{r_{eq}} = E_{eq} - U_R = 22 - 21.12 = 0.88(\text{V})$$

הזרם במעגל חושב לעיל. מכאן:

$$r_{\text{eq}}=\frac{U_{r_{\text{eq}}}}{I}=\frac{0.88}{0.4}=2.2(\Omega)$$

נתון שההתנגדות הפנימית של כל תא היא 0.6Ω. נחשב את m בעזרת הנוסחה הבאה:

$$r_{\text{eq}}=\frac{n}{m}r \quad \Rightarrow$$

$$m=\frac{n\cdot r}{r_{\text{eq}}}=\frac{11\cdot 0.6}{2.2}=3$$

ג. נתון שהקיבול של כל תא הוא 500mAh (יש לשים לב שהאות m כאן מציינת "מילי"). נחשב את הקיבול השקול של מערך התאים:

$$Q_{\text{eq}}=m\cdot Q=3\cdot 500\times 10^{-3}=1.5(\text{Ah})$$

הזרם במעגל כבר חושב. נוכל לחשב את הזמן בעזרת הנוסחה הבאה:

$$Q_{\text{eq}}=I\cdot t \quad \Rightarrow$$

$$t=\frac{Q_{\text{eq}}}{I}=\frac{1.5}{0.4}=3.75(\text{h})$$

ד. התנאי להעברת הספק מקסימלי במעגלי זרם ישר הוא $R=r_{\text{eq}}$. ראינו שהנגד r_{eq} שווה ל- 2.2Ω. נחשב את R:

$$R=\frac{U_R}{I}=\frac{21.12}{0.4}=52.8(\Omega)$$

נמצא ש- R אינו שווה ל- r_{eq}, ולכן המעגל **אינו** עובד במצב של העברת הספק מקסימלי.

שאלה 8

א. נחשב את תדר התהודה עבור כל אחת מהעכבות:

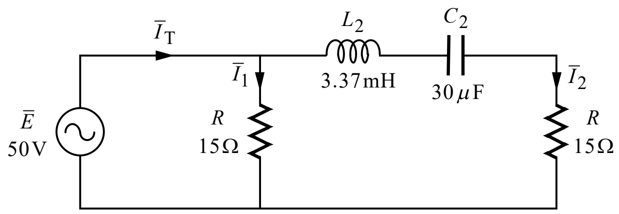
$$\omega_1=\frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}=\frac{1}{\sqrt{22.16\times10^{-3}\cdot6.1\times10^{-6}}}=2719.882\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$\omega_2=\frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}=\frac{1}{\sqrt{3.37\times10^{-3}\cdot30\times10^{-6}}}=3145.027\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

ב. כאשר העכבה $\bar{Z}_1$ בתהודה, העכבה $\bar{Z}_2$ לא בתהודה, ולהיפך. נפתור תחילה עבור התדירות ω_1, שבה $\bar{Z}_1$ בתהודה. הערך היעיל של מתח המקור נתון על ידי:

$$\bar{E}=\frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=50(\text{V})$$

בתהודה טורית הסליל והקבל שקולים לקֶצֶר. נשרטט את המעגל המתקבל:



נחשב את היגבי הסליל והקבל שבמעגל, המתקבלים עבור התדירות ω_1:

$$X_{L_2}=\omega_1\cdot L_2=2719.882\cdot3.37\times10^{-3}=9.166(\Omega)$$

$$X_{C_2}=\frac{1}{\omega_1\cdot C_2}=\frac{1}{2719.882\cdot30\times10^{-6}}=12.255(\Omega)$$

נחשב את זרמי הנגדים. יש לפנינו כעת למעשה מעגל מקבילי בעל שני ענפים. המתח על כל ענף הוא מתח המקור. מכאן:

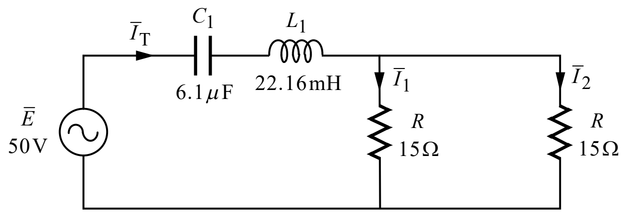
$$\bar{I}_1=\frac{\bar{E}}{R}=\frac{50}{15}=3.333(\text{A})$$

$$\bar{I}_2=\frac{\bar{E}}{jX_{L_2}-jX_{C_2}+R}=\frac{50}{15+j9.166-j12.255}=3.264\angle11.637^\circ(\text{A})$$

בדרך אגב נחשב גם את $\bar{I}_T$ (נצרך לסעיף הבא):

$$\bar{I}_{T(\omega_1)}=\bar{I}_1+\bar{I}_2=3.33+3.264\angle11.637^\circ=6.564\angle5.758^\circ(\text{A})$$

נפתור כעת עבור התדירות ω_2, שבה $\bar{Z}_2$ בתהודה. נשרטט את המעגל המתקבל:



נחשב את היגבי הסליל והקבל שבמעגל, המתקבלים עבור התדירות ω_2:

$$X_{L_1} = \omega_2 \cdot L_1 = 3145.027 \cdot 22.16\times10^{-3} = 69.693(\Omega)$$

$$X_{C_1} = \frac{1}{\omega_2 \cdot C_1} = \frac{1}{3145.027 \cdot 6.1\times10^{-6}} = 52.124(\Omega)$$

נחשב את העכבה השקולה, ואת הזרם הכללי של המעגל:

$$\bar{Z}_T = R \parallel R + jX_{L_1} - jX_{C_1} = 15\parallel15 + j69.693 - j52.124 = 7.5 + j17.568(\Omega)$$

$$\bar{I}_{T(\omega_2)} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_T} = \frac{50}{7.5 + j17.568} = 2.617\angle -66.882°(\text{A})$$

מכיוון ששני הנגדים שווים, הזרם הכללי מתחלק ביניהם בשווה. מכאן:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = \frac{\bar{I}_{T(\omega_2)}}{2} = \frac{2.617\angle -66.882°}{2} = 1.308\angle -66.882°(\text{A})$$

ג. נוח יהיה במקרה זה לחשב את ההספקים על ידי הנוסחה:

$$\bar{S} = \bar{U} \cdot \bar{I}^*$$

הזרמים הכלליים של המעגל, המתקבלים עבור כל אחת מהתדירויות, חושבו בסעיף הקודם.
נחשב את ההספקים המתקבלים עבור כל תדירות:

$$\bar{S}_{(\omega_1)} = \bar{E} \cdot \bar{I}^*_{T(\omega_1)} = 50 \cdot (6.564\angle -5.758°) = 326.551 - j32.93 = 328.207\angle -5.758°(\text{VA})$$

$$\bar{S}_{(\omega_2)} = \bar{E} \cdot \bar{I}^*_{T(\omega_2)} = 50 \cdot (2.617\angle +66.882°) = 51.381 + j120.362 = 130.871\angle 66.882°(\text{VA})$$