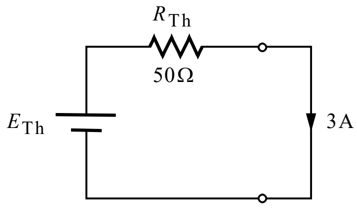
פתרון מלא לבחינת מה״ט בתורת החשמל – אביב 2020 מועד ב׳

שאלה 1

א. נוח יהיה להיעזר בשאלה זו במשפט תבנין, וכפי שנראה. נמצא מעגל תבנין עבור R_L. נתון שכאשר $R_L = 50\Omega$ מתפתח עליו הספק מקסימלי. כידוע במצב של העברת הספק מקסימלי מתקיים $R_{\text{Th}} = R_L$. מכאן:

$$R_{\text{Th}} = R_L = 50(\Omega)$$

עוד נתון, שכאשר $R_L = 0$ (כלומר הוא קצר), הזרם דרכו 3A. נשרטט מעגל תבנין מתאים עבור מקרה זה, ונציין על גביו את הידוע לנו:

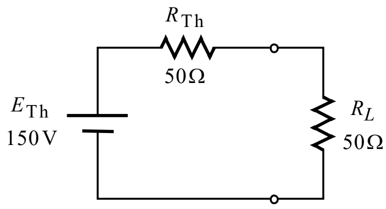


מעגל א׳

הנגד R_{Th} נשאר גם כאן באותו הערך שחישבנו לעיל, שהרי ערכו של R_{Th} אינו תלוי בערכו של R_L. נוכל לחשב בקלות את E_{Th} במעגל זה:

$$E_{\text{Th}} = I \cdot R_{\text{Th}} = 3 \cdot 50 = 150(\text{V})$$

נחזור כעת למקרה הקודם בו $R_L = 50\Omega$. נשרטט מעגל תוונין עבור מקרה זה, ונציין על גביו את הידוע לנו:



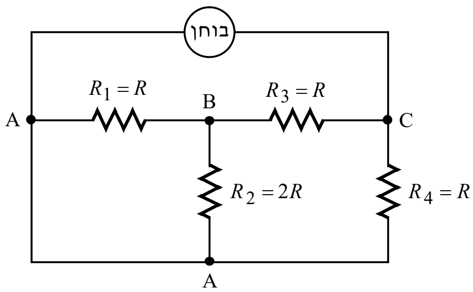
מעגל ב׳

במצב זה כאמור, ההספק של R_L הוא מרבי. נחשב את גודל ההספק:

$$U_{R_L} = \frac{E_{\text{Th}}}{2} = \frac{150}{2} = 75(\text{V})$$

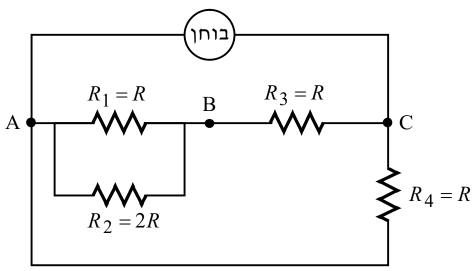
$$P_{R_L} = \frac{{U_{R_L}}^2}{R_L} = \frac{75^2}{50} = 112.5(\text{W})$$

ב. ידוע לנו ש- $R_{\text{Th}} = 50\Omega$. נשרטט את המעגל שבשאלה, באופן המתאים לחישוב התנגדות תוונין – את מקור המתח נקצר, ובמקום R_L נניח מקור בוחן:



לצורך הסבר הפתרון, נִיתַּנּו שמות שונים לנגדים. כמו כן סומנו הצמתים במעגל. נרצה למצוא ביטוי להתנגדות הכללית שרואה מקור הבוחן (התנגדות תבנין).

נסדר את המעגל בצורה נוחה יותר, תוך שאנו מקפידים לחבר כל רכיב בין הצמתים אליהם הוא היה מחובר:



ניתן להיווכח כי R_2 עדיין מתוח בין A ל-B, וכפי שהיה במעגל המקורי. נמצא ביטוי להתנגדות תבנין הנראית מהדקי מקור הבוחן:

$$R_{1-2} = R \,||\, 2R = \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} = \frac{2R^2}{3R} = 0.66R$$

$$R_{1-3} = R_{1-2} + R_3 = 0.66R + R = 1.66R$$

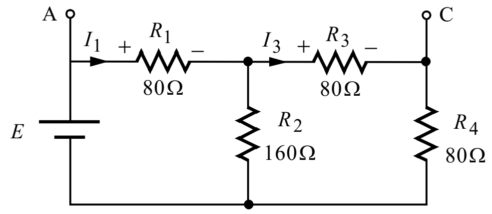
$$R_{\text{Th}} = R_{1-4} = R_{1-3} \,||\, R_4 = \frac{1.66R \cdot R}{1.66R + R} = \frac{1.66R^2}{2.66R} = 0.625R$$

לעיל ראינו, שההתנגדות תוונין שווה ל- 50Ω. מכאן:

$$0.625R = 50$$

$$R = 80(\Omega)$$

ג. ראינו לעיל ש- $E_{\text{Th}}=150\text{V}$. נשרטט את המעגל שבשאלה, באופן המתאים לחישוב E_{Th} – את R_L ננתק, ונציין ערכים לנגדים בהתאם לתוצאה שקיבלנו בסעיף הקודם:



המתח E_{Th} הוא המתח בין A ל-C. על פי מסלול מתחים בין נקודות אלו מתקבל:

$$E_{\text{Th}}=U_{\text{AC}}=U_{R_1}+U_{R_3}$$

נרשום את מתחי הנגדים בצורה של זרם מוכפל בהתנגדות:

$$E_{\text{Th}}=R_1\cdot I_1+R_3\cdot I_3$$

סכום הנגדים R_{3-4} זהה לנגד המקביל אליהם – R_2 . מכאן שהזרם I_1 מתחלק בשווה בין שני ענפים אלה. כלומר I_3 הוא חצי מ- I_1 . נציב נתון זה במשוואה שקיבלנו ונפתור:

$$E_{\text{Th}}=R_1\cdot I_1+R_3\cdot(0.5I_1)$$

$$150=80I_1+80\cdot 0.5\cdot I_1$$

$$150=120I_1$$

$$I_1=1.25(\text{A})$$

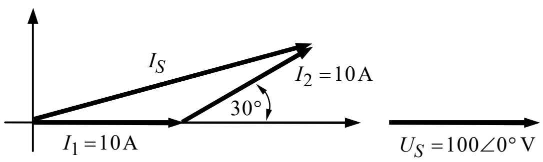
הזרם I_1 הוא הזרם הכללי של המעגל. נחשב את ההתנגדות הכללית, ואת ערכו של מקור המתח:

$$R_{\text{T}}=R_{3-4}\,||\,R_2+R_1=160\,||\,160+80=80+80=160(\Omega)$$

$$E=I_1\cdot R_{\text{T}}=1.25\cdot 160=200(\text{V})$$

שאלה 2

א.



ביאור: הדיאגרמה הנתונה היא דיאגרמה פאזורית של 3 זרמים. ניתן לראות, שהפאזור העליון מתקבל מהחיבור הגראפי של שני הפאזורים התחתונים (חיבור ראש-זנב). מכאן שהוא מייצג את הזרם הכללי של המעגל $\overline{I}_S$, המתקבל מהחיבור האלגברי של שני זרמי הענפים $\overline{I}_1$ ו- $\overline{I}_2$ (הפאזור המייצג את מתח המקור משמש כפאזור ייחוס שהזווית שלו אפס, ולכן הונח מחוץ לדיאגרמה).

ב. הזרם העובר דרך $\overline{Z}_1$ סומן לעיל בדיאגרמה ב- I_1, והזרם העובר דרך $\overline{Z}_2$ סומן בדיאגרמה ב- I_2 (אפשר היה לבחור להיפך).

מתח המקור הוא כאמור בזווית אפס (נתון בשאלה). הזרם בדיאגראמה שסומן ב- I_1 נמצא באותה זווית של המתח. מכאן ש- $\overline{Z}_1$ הוא נגד טהור. האיור המתאים לייצוג זה הוא איור a.

הזרם I_2 מקדים ב- $30°$ את המתח על אותו הענף. מכאן ש- $\overline{Z}_2$ היא עכבה בעלת אופי קיבולי. האיור המתאים לייצוג שלה הוא איור c. (ביאור מלא אודות ייצוגים גראפיים במעגלי AC ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל להנדסאים", בפרק העוסק במעגלי זרם חילופין).

ג. על פי חוק אום:

$$\overline{Z}_1 = \frac{\overline{U}_S}{\overline{I}_1} = \frac{100}{10} = 10(\Omega)$$

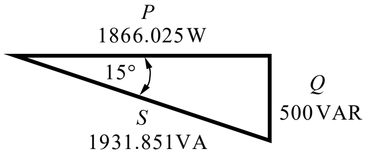
$$\overline{Z}_2 = \frac{\overline{U}_S}{\overline{I}_2} = \frac{100}{10\angle 30°} = 8.66 - j5(\Omega)$$

ד. נחשב את הזרם הכללי של המעגל, ואת ההספקים:

$$\overline{I}_\text{T} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 = 10 + 10\angle 30° = 19.318\angle 15°(\text{A})$$

$$\overline{S} = \overline{U}_S \cdot \overline{I}_\text{T}^{\,*} = (100)\cdot(19.318\angle -15°) = 1866.025 - 500j = 1931.851\angle -15°(\text{VA})$$

נשרטט את משולש ההספקים:



שאלה 3

א. הנגדים R_1 , R_2 , R_3 , R_θ מהווים גשר ויטסטון. מתח $U_{ab}=0$ מתקבל במצב של גשר מאוזן. התנאי לגשר מאוזן הוא:

$$R_1 \cdot R_\theta = R_2 \cdot R_3$$

נציב ערכים ונחשב את R_θ :

$$20 \cdot R_\theta = 30 \cdot 15$$

$$R_\theta = 22.5(\Omega)$$

נחשב את הטמפרטורה בה פועל המעגל, בעזרת הנוסחה לתלות ההתנגדות בטמפרטורה:

$$R_{(\theta_2)} = R_{(\theta_1=20°C)}\left[1+\alpha\left(\theta_2-\theta_1\right)\right]$$

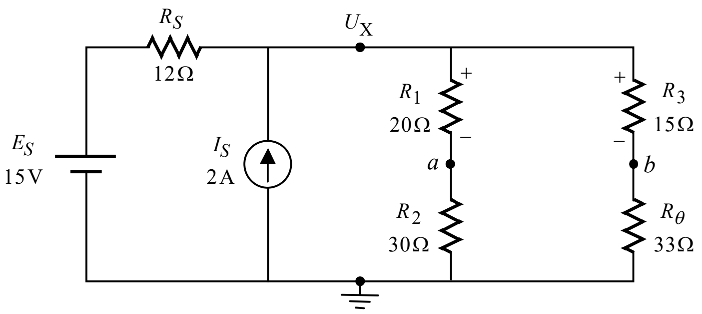
$$22.5 = 9\left(1+\frac{1}{30}\left(\theta_2-20\right)\right)$$

$$\theta_2 = 65(°\text{C})$$

ב. נחשב תחילה את ערכו של R_θ בטמפרטורה של $100°\text{C}$, בעזרת הנוסחה מהסעיף הקודם:

$$R_{(\theta_2)} = R_{(\theta_1=20°C)}\left[1+\alpha\left(\theta_2-\theta_1\right)\right] = 9\left[1+\frac{1}{30}(100-20)\right] = 33(\Omega)$$

נשרטט את המעגל המתקבל ונפתור בעזרת משפט מילמן:



$$U_X = \frac{\frac{E_S}{R_S}+I_S}{\frac{1}{R_S}+\frac{1}{R_1+R_2}+\frac{1}{R_3+R_\theta}} = \frac{\frac{15}{12}+2}{\frac{1}{12}+\frac{1}{20+30}+\frac{1}{15+33}} = 26.174(\text{V})$$

נחשב את המתח U_{ab} בעזרת מסלול מתחים העובר דרך R_1 ו- R_3. נחשב מתחי נגדים אלה בעזרת כלל מחלק המתח:

$$U_{R_1} = \frac{U_X \cdot R_1}{R_1+R_2} = \frac{26.174 \cdot 20}{20+30} = 10.469(\text{V})$$

$$U_{R_3} = \frac{U_X \cdot R_3}{R_3+R_\theta} = \frac{26.174 \cdot 15}{15+33} = 8.179(\text{V})$$

קוטביות מתחי הנגדים שבמסלול סומנה מראש באיור, על פי כיוון הזרם דרכם (בנגד נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן "פלוס". במעגל זה ניתן היה לקבוע מראש את כיוון הזרם דרך הנגדים, זאת על פי כיוונם של שני המקורות). מכאן:

$$U_{ab} = -U_{R_1} + U_{R_3} = -10.469 + 8.179 = -2.29(\text{V})$$

ג. נתחיל עם מקור המתח. נחשב את הזרם דרכו, ואת ההספק שלו:

$$I_{E_S} = \frac{U_X - E_S}{R_S} = \frac{26.174-15}{12} = 0.931(\text{A})$$

$$P_{E_S} = E_S \cdot I_{E_S} = 15 \cdot 0.931 = 13.968(\text{W})$$

המתח על מקור הזרם הוא U_X. נחשב את ההספק של מקור זה:

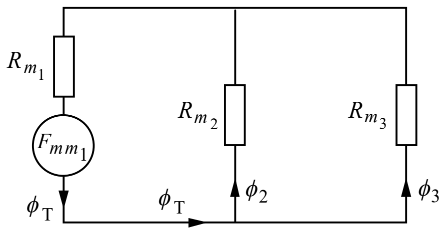
$$P_{I_S} = U_X \cdot I_S = 26.174 \cdot 2 = 52.348(\text{W})$$

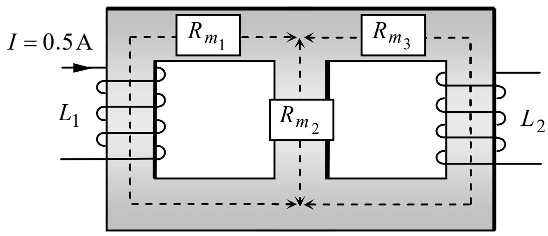
ד. **לגבי מקור המתח** – המתח U_X גדול מערכו של מקור המתח, ולכן הזרם נכנס לתוך ההדק החיובי שלו. מכאן שמקור זה הוא **צרכן**.

לגבי מקור הזרם – הפוטנציאל בראש החץ (U_X), גבוה מהפוטנציאל בבסיס החץ (אפס), ולכן מקור זה הוא **ספק** (ביאור מלא של נידונים אלה ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל להנדסאים", בפרק העוסק בהספק ואנרגיה).

שאלה 4

א.





בצד ימין של האיור מובא תיאור המעגל המגנטי. מיאוני העמודים השונים סומנו כל אחד בסימון שונה. בצד שמאל מובא תיאור ״המעגל החשמלי״ האנלוגי למעגל המגנטי. כיוונו של השטף ϕ_T העובר דרך סליל 1, נקבע על פי כלל יד ימין לסולנואיד. סליל 2 אינו מחובר למקור אנרגיה ולכן אין לו כמ״מ והוא לא יוצר שטף. נרכז נתונים:

$$\ell_1 = \ell_3 = 220(\text{mm}) = 220\times10^{-3}(\text{m})$$

$$\ell_2 = 100(\text{mm}) = 100\times10^{-3}(\text{m})$$

$$A = 25\left(\text{mm}^2\right) = 25\times10^{-6}\left(\text{m}^2\right)$$

$$\mu_r = 800$$

$$N_1 = 1800$$

$$N_2 = 2000$$

נחשב תחילה את המיאון המגנטי של כל אחד מחלקי הליבה, ואת המיאון השקול:

$$R_{m_1} = R_{m_3} = \frac{\ell_1}{\mu_0\mu_r A} = \frac{220\times10^{-3}}{4\pi10^{-7}\cdot 800\cdot 25\times10^{-6}} = 8.753\times10^6\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

$$R_{m_2} = \frac{\ell_2}{\mu_0\mu_r A} = \frac{100\times10^{-3}}{4\pi10^{-7}\cdot 800\cdot 25\times10^{-6}} = 3.978\times10^6\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

$$R_{m_T} = R_{m_2} \,||\, R_{m_3} + R_{m_1} = \left(\frac{1}{3.978\times10^6} + \frac{1}{8.753\times10^6}\right)^{-1} + 8.753\times10^6 = 11.488\times10^6\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

נחשב את השטף הכללי:

$$\phi_T = \frac{F_{mm_1}}{R_{m_T}} = \frac{N_1\cdot I_1}{R_{m_T}} = \frac{1800\cdot 0.5}{11.488\times10^6} = 78.335(\mu\text{Wb})$$

נחשב את השטף העובר דרך הסליל הימני בעזרת כלל מחלק השטף (אנלוגי לכלל מחלק הזרם במעגלים חשמליים):

$$\phi_3 = \frac{\phi_T\cdot R_{m_2}}{R_{m_2} + R_{m_3}} = \frac{78.335\mu\cdot 3.978\times10^6}{3.978\times10^6 + 8.753\times10^6} = 24.479(\mu\text{Wb})$$

כיוון השטף סומן באיור לעיל.

ב. נוח יהיה במקרה זה לחשב את ההשראות ההדדית בעזרת הנוסחה הבאה:

$$M=\frac{N_2\cdot\Phi_{21}}{I_1}$$

הגודל Φ_{21} הוא השטף בסליל 2, הנגרם מהכמ"מ של סליל 1. במילים אחרות, זהו השטף ϕ_3 אותו חישבנו בסעיף הקודם. מכאן:

$$M=\frac{N_2\cdot\Phi_{21}}{I_1}=\frac{N_2\cdot\phi_3}{I_1}=\frac{2000\cdot 24.479\times 10^{-6}}{0.5}=97.919(\mathrm{mH})$$

הערה: ניתן היה לחשב את ההשראות ההדדית גם בעזרת הנוסחה $M=k\sqrt{L_1L_2}$, אולם מהלך זה היה מצריך אותנו לחשב את k, ואת ההשראות העצמית של כל סליל, דבר המאריך את הפתרון באופן יחסי.

ג. נוח יהיה במקרה זה לחשב את הכא"מ בעזרת הנוסחה הבאה:

$$E_2=M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

הגודל ΔI_1 מציין את השינוי בזרם של סליל 1 בפרק הזמן Δt (נעיר שאת הסימן השלילי השמטנו מהנוסחה, שכן סימן זה מציין כיוון קוטביות, נתון שאינו רלוונטי בשאלה זו). מכאן:

$$E_2=M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}=97.919\times 10^{-3}\frac{2-0}{5\times 10^{-3}-0}=39.167(\mathrm{V})$$

__הערה:__ סעיף זה האחרון עוסק בכא"מ מושרה. ביאור מלא של נידון זה ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל להנדסאים", בפרק העוסק בכא"מ מושרה והשראות, וכן בפרק העוסק במעגלים מגנטיים.

שאלה 5

הקדמה: למרות ששאלה זו עוסקת בתאים, מכל מקום אין להשתמש כאן בנוסחאות המיוחדות לנושא של תאים, שכן נוסחאות אלו נכונות עבור חיבור **תאים זהים** בלבד, ואילו בשאלה זו מדובר בתאים שאינם זהים.

א. נצמצם את המקורות ואת הנגדים שבכל ענף לרכיבים שקולים:

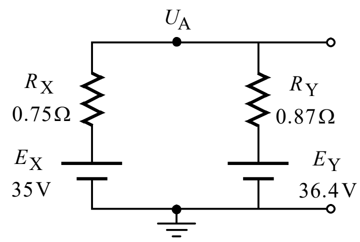
$$E_X = 17.8 + 17.2 = 35(\text{V})$$

$$R_X = 400\text{m} + 350\text{m} = 750(\text{m}\Omega) = 0.75(\Omega)$$

$$E_Y = 18.1 + 18.3 = 36.4(\text{V})$$

$$R_Y = 420\text{m} + 450\text{m} = 870(\text{m}\Omega) = 0.87(\Omega)$$

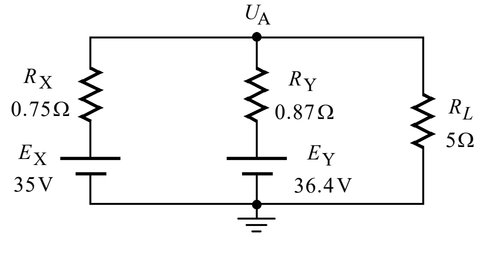
נשרטט את המעגל המתקבל במצב של מפסק פתוח:



נפתור בעזרת משפט מילמן:

$$U_A = \frac{\frac{E_X}{R_X} + \frac{E_Y}{R_Y}}{\frac{1}{R_X} + \frac{1}{R_Y}} = \frac{\frac{35}{0.75} + \frac{36.4}{0.87}}{\frac{1}{0.75} + \frac{1}{0.87}} = 35.648(\text{V})$$

ב. נשרטט את המעגל המתקבל במצב של מפסק סגור:



שוב נפתור בעזרת משפט מילמן:

$$U_A = \frac{\frac{E_X}{R_X} + \frac{E_Y}{R_Y}}{\frac{1}{R_X} + \frac{1}{R_Y} + \frac{1}{R_L}} = \frac{\frac{35}{0.75} + \frac{36.4}{0.87}}{\frac{1}{0.75} + \frac{1}{0.87} + \frac{1}{5}} = 32.990(\text{V})$$

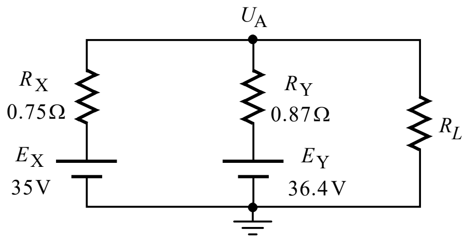
$$I_{R_L} = \frac{U_A}{R_L} = \frac{32.990}{5} = 6.598(\text{A})$$

ג. נחשב את ההתנגדות הנראית מהדקי העומס:

$$R_{\text{eq}} = R_{\text{X}} \parallel R_{\text{Y}} = \left(\frac{1}{0.75}+\frac{1}{0.87}\right)^{-1} = 0.4(\Omega)$$

התנאי להעברת הספק מקסימלי הוא $R_L = R_{\text{eq}}$. תנאי זה אינו מתקיים כאן, ולכן המעגל **אינו פועל** בנקודה שבה העברת האנרגיה לעומס היא מרבית.

ד. נשרטט שוב את המעגל:



מקור מתח ספק, הוא מקור מתח שהזרם יוצא מההדק החיובי שלו. כדי לקיים זאת במעגל שלפנינו נדרש ש- U_{A} יהיה קטן יותר משני המקורות. במילים אחרות נדרש $U_{\text{A}} < 35\text{V}$.
נפתור במילמן עבור $U_{\text{A}} = 35\text{V}$, ונחשב את R_L:

$$U_{\text{A}} = \frac{\frac{E_{\text{X}}}{R_{\text{X}}}+\frac{E_{\text{Y}}}{R_{\text{Y}}}}{\frac{1}{R_{\text{X}}}+\frac{1}{R_{\text{Y}}}+\frac{1}{R_L}}$$

$$35 = \frac{\frac{35}{0.75}+\frac{36.4}{0.87}}{\frac{1}{0.75}+\frac{1}{0.87}+\frac{1}{R_L}}$$

$$R_L = 21.75(\Omega)$$

ערך זה של R_L התקבל עבור $U_{\text{A}} = 35\text{V}$ בדיוק. כפי שציינו, הגודל U_{A} צריך להיות קטן מזה. מכאן ש- R_L צריך להיות **קטן** מהתוצאה שקיבלנו. ובניסוח מתמטי:

$$R_L < 21.75(\Omega)$$

שאלה 6

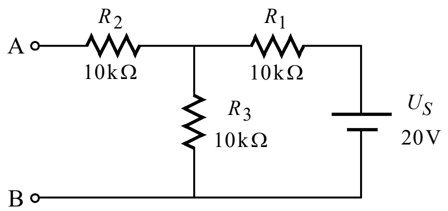
א. קבוע הזמן למעגלי RC נתון על ידי $\tau = RC$. כאשר יש כמה נגדים במעגל יש לחשב את ההתנגדות השקולה R_{eq} הנראית מהדקי הקבל. דרך החישוב זהה לדרך החישוב התנגדות תבנין לכיוונו של הקבל (כלומר יש לקצר את מקור המתח). מכאן:

$$R_{\text{eq}} = R_1 \parallel R_3 + R_2 = \left(\frac{1}{10\text{k}} + \frac{1}{10\text{k}}\right)^{-1} + 10\text{k} = 15(\text{k}\Omega)$$

נחשב את קבוע הזמן:

$$\tau = R_{\text{eq}}C = \left(15\times10^3\right)\left(4\times10^{-6}\right) = 60(\text{ms})$$

ב. בחלוף תופעות המעבר הקבל שקול לנֶתֶק. נשרטט את המעגל המתקבל:



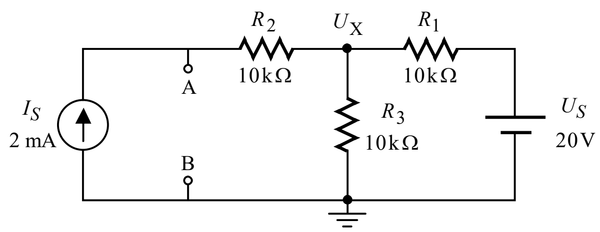
המתח על הקבל הוא המתח בין ההדקים שנותרו לאחר ניתוקו – המתח בין A ל-B. מתח זה הוא המתח על R_3 (שהרי המתח על R_2 הוא אפס). הנגדים R_1 ו-R_3 שווים, ולכן מתח המקור מתחלק ביניהם בשווה. מכאן:

$$U_C = U_{\text{AB}} = U_{R_3} = \frac{U_S}{2} = \frac{20}{2} = 10(\text{V})$$

נחשב את המטען האגור בקבל:

$$Q_C = U_C \cdot C = 10 \cdot 4\mu = 40(\mu\text{C})$$

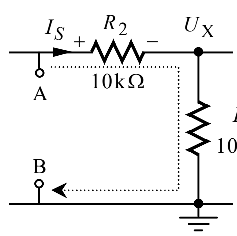
ג. נשרטט את המעגל המתקבל:



המתח על הקבל הוא המתח בין A ו-B. ניעזר במשפט מילמן ונחשב תחילה את U_{X}:

$$U_{\text{X}} = \frac{\frac{U_S}{R_1} + I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{20}{10\text{k}} + 2\text{m}}{\frac{1}{10\text{k}} + \frac{1}{10\text{k}}} = 20(\text{V})$$

נחשב את המתח בין A ל-B בעזרת מסלול מתחים בין שתי נקודות אלו. נבחר ללכת במסלול העובר דרך R_2 ו-R_3. נתאר מסלול זה ונחשב את המתח המבוקש:



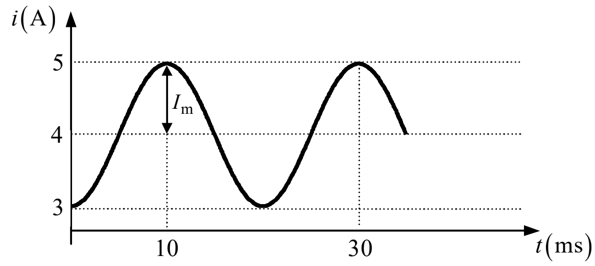
$$U_C = U_{\text{AB}} = U_{R_2} + U_{\text{X}} = I_S \cdot R_2 + U_{\text{X}} = 2\text{m} \cdot 10\text{k} + 20 = 40(\text{V})$$

ד. **קבוע הזמן לא ישתנה ויקבל את אותו הערך כמו בסעיף א'**. סגירת המפסק SW2 אמנם גררה את חיבורו של מקור הזרם אל המעגל, אולם ממילא, בחישוב ההתנגדות R_{eq} הנראית מהדקי הקבל יש **לנתק** את מקורות הזרם, כך שמכל מקום, במקרה זה ההתנגדות R_{eq} לא תשתנה, ולכן קבוע הזמן יישאר זהה.

שאלה 7

א. אוֹסְצִילוֹסְקוֹפּ (או בקיצור – סְקוֹפּ). בעברית – מַשְׁקֵף תנודות.

ב. נשרטט את צורת האות הנתונה:



נחשב את זמן המחזור ואת התדר:

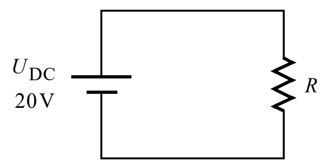
$$T = 30\text{m} - 10\text{m} = 20(\text{ms})$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20\times10^{-3}} = 50(\text{Hz})$$

ג. **הקדמה:** מעגל זה כולל שני מקורות משני סוגים שונים ולכן יש לפותרו בעזרת **סופרפוזיציה**. אנו נבחן את התרומה של כל מקור בנפרד, ונשלב בפתרון את הנתונים הרלוונטיים שבגרף. ראוי לציין כי מהגרף גם כן ניתן להבין שהזרם מורכב משני מקורות שונים – DC+AC, שהרי אות סינוס "טהור" מתפתל סביב ציר ה-x, ואילו כאן אות הסינוס "מוגבה" מעל ציר ה-x, זאת בשל תוספת זרם DC המעלה את ערכו של אות הסינוס בכל רגע ורגע (ביאור נרחב יותר אודות נושא זה ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל להנדסאים", בפרק העוסק באותות מחזוריים. ראה שם אודות אותות סינוס עם רמת DC).

תרומת מקור ה-DC:

נקצר את מקור ה-AC. נזכיר שעבור מקור DC הסליל שקול לקֶצֶר במצב המתמיד. נשרטט את המעגל המתקבל:

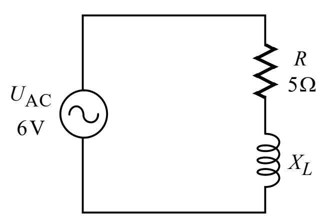


מהגרף ידוע שזרם ה-DC במעגל הוא 4A (הממוצע של אות סינוס – קו האמצע שלו, שווה לערך ה-DC המשולב בתוכו). נחשב את ערך הנגד בעזרת חוק אום:

$$R = \frac{U_\text{DC}}{I} = \frac{20}{4} = 5(\Omega)$$

תרומת מקור ה-AC:

נזכיר שעבור מקור AC יש לסליל היגב X_L. נקצר את מקור ה-DC, ונשרטט את המעגל המתקבל:



נוכל לחשב את **תנופת** זרם ה-AC מהנתונים שבגרף (התנופה נמדדת תמיד מקו האמצע של אות הסינוס):

$$I_{\mathrm{m}} = 5 - 4 = 1(\mathrm{A})$$

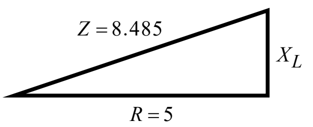
מתח מקור ה-AC נתון בערכו **היעיל** (כך מובן מתוך אופן ההצגה שלו). על מנת "לתאם" בין מתח זה לזרם שהוצאנו מהגרף, נעבוד עם הערך היעיל של הזרם. נחשב ערך זה:

$$I = \frac{I_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707(\mathrm{A})$$

נחשב את הערך המוחלט של העכבה (**ביאור:** מכיוון שאין לנו את זוויות המתח והזרם איננו יכולים למצוא העכבה עם הזווית שלה, אלא רק את הערך המוחלט. נוסיף כי אין לומר שזווית המתח אפס וזווית הזרם $-90°$, כפי שלכאורה עולה מהגרף, שהרי נתונים אלה מתאימים לעכבה השראותית טהורה, ואילו כאן יש נגד. הלכך יש להסיק שאכן יש למתח ולזרם זוויות מסוימות והן אינן ידועות לנו. בשל כך נמצא רק את הערך המוחלט של העכבה ומשם נתקדם):

$$|Z| = \frac{U_{\mathrm{AC}}}{\mathrm{I}} = \frac{6}{0.707} = 8.485(\Omega)$$

נשרטט את משולש העכבות של המעגל:



נחשב את X_L בעזרת משפט פיתגורס:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \quad \Rightarrow$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{8.485^2 - 5^2} = 6.855(\Omega)$$

נחשב את השראות הסליל:

$$X_L = 2\pi f L \quad \Rightarrow$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{6.855}{2\pi 50} = 21.822(\mathrm{mH})$$

ד. נחשב תחילה את הערך היעיל **השקול** של הזרם דרך הנגד, בעזרת הנוסחה לערך יעיל של אות מורכב:

$$I_{\mathrm{rms}} = \sqrt{I^2_{\mathrm{rms}_{(\mathrm{DC})}} + I^2_{\mathrm{rms}_{(\mathrm{AC})}}} = \sqrt{4^2 + 0.707^2} = 4.062(\mathrm{A})$$

נחשב את הספק הנגד:

$$P_R = I^2_{\mathrm{rms}} \cdot R = 4.062^2 \cdot 5 = 82.5(\mathrm{W})$$

נחשב את האנרגיה במשך דקה (60 שניות):

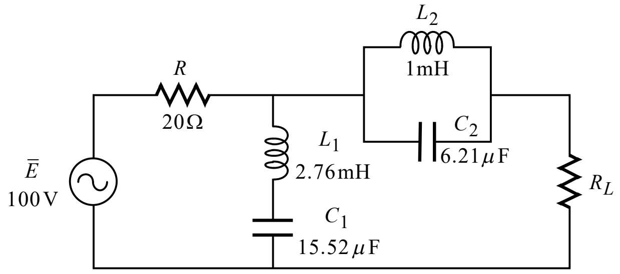
$$W_R = P_R \cdot t = 82.5 \cdot 60 = 4950(\mathrm{J})$$

<u>שאלה 8</u>

א. נחשב את הערך היעיל של מקור המתח:

$$\bar{E}=\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=100(\mathrm{V})$$

נשרטט את המעגל המתקבל:



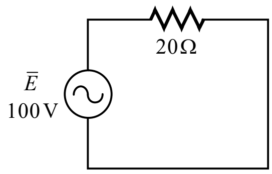
לא יהיה זרם וגם לא הספק בנגד העומס, עבור תהודה **טורית** בין L_1 ו- C_1, שכן בתהודה טורית סליל וקבל זה שקולים לקֶצֶר, מה שיגרום לקיצורו של R_L.
כמו כן לא יהיה זרם וגם לא הספק בנגד העומס, עבור תהודה **מקבילית** בין L_2 ו- C_2, שכן בתהודה מקבילית סליל וקבל זה שקולים לנֶתֶק, מה שיגרום לניתוקו של R_L מהמעגל.

נחשב את תדר התהודה עבור שני המקרים:

$$f_{0_1}=\frac{\omega_{0_1}}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{2.76\times10^{-3}\cdot15.52\times10^{-6}}}=768.988(\mathrm{Hz})$$

$$f_{0_2}=\frac{\omega_{0_2}}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_2}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{1\times10^{-3}\cdot6.21\times10^{-6}}}=2019.641(\mathrm{Hz})$$

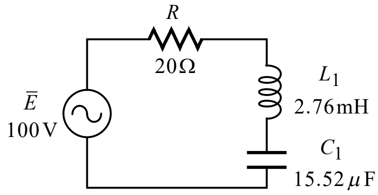
ב. נשרטט את המעגל המתקבל עבור f_{0_1}. בתדר זה, L_1 ו- C_1 שקולים לקֶצֶר. מכאן:



נחשב את הזרם במעגל:

$$\bar{I}_1=\frac{\bar{E}}{R}=\frac{100}{20}=5\angle0°(\mathrm{A})$$

נשרטט כעת את המעגל המתקבל עבור f_{0_2}. בתדר זה, L_2 ו- C_2 בתהודה, והם שקולים לנֶתֶק (L_1 ו- C_1 אינם בתהודה עבור תדר זה). מכאן:



נחשב את התנגדויות המעגל המתקבלות עבור f_{0_2} , ואת הזרם במעגל:

$$X_L = 2\pi f_{0_2} L = 2\pi \cdot 2019.641 \cdot 2.76\times10^{-3} = 35.023(\Omega)$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_{0_2} C} = \frac{1}{2\pi \cdot 2019.641 \cdot 15.52\times10^{-6}} = 5.077(\Omega)$$

$$\bar{Z}_{\mathrm{T}} = R + jX_L - jX_C = 20 + j35.023 - j5.077 = 20 + j29.946(\Omega)$$

$$\bar{I}_{\mathrm{T}_2} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_{\mathrm{T}}} = \frac{100}{20 + j29.946} = 2.776\angle -56.262°(\mathrm{A})$$

ג. נחשב את ההספקים המתקבלים עבור f_{0_1} :

$$\bar{S}_1 = \bar{E}\cdot\bar{I}_1^* = 100\cdot 5 = 500(\mathrm{VA})$$

מכאן:

$$P_1 = 500(\mathrm{W})$$

$$Q_1 = 0(\mathrm{VAR})$$

$$S_1 = 500(\mathrm{VA})$$

נציין שמראש יכולנו לראות שבמקרה זה ההספק ההיגבי Q שווה לאפס, שהרי במקרה זה יש במעגל נגד בלבד, הלכך יכולנו לחשב רק את P ו-S. מכל מקום בחרנו לחשב בדרך זו, זאת על מנת להציג את שלושת ההספקים כנדרש בשאלה, וכן על מנת להציג פתרון אחיד עבור שני התדרים.

נחשב את ההספקים המתקבלים עבור f_{0_2} :

$$\bar{S}_2 = \bar{E}\cdot\bar{I}_2^* = (100)\cdot(2.776\angle +56.262°) = 154.22 + j230.92 = 277.69\angle 56.26°(\mathrm{VA})$$

מכאן:

$$P_2 = 154.22(\mathrm{W})$$

$$Q_2 = 230.92(\mathrm{VAR})$$

$$S_2 = 277.69(\mathrm{VA})$$