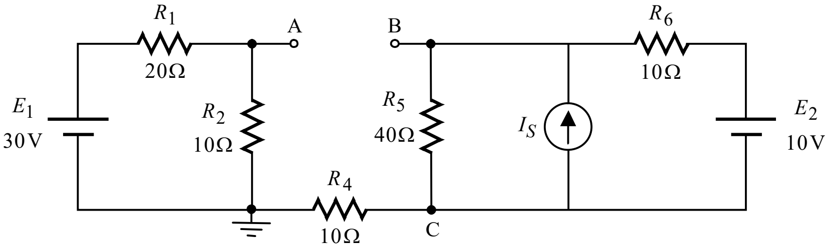
פתרון מלא לבחינת מה״ט בתורת החשמל – אביב 2025 מועד ב׳

שאלה 1

א. מד מתח אידיאלי שקול לנֶתק. כתוצאה מנתק זה שני חלקי המעגל מתפקדים כשני מעגלים נפרדים. נשרטט מעגל שקול:



במצב הנוכחי לא זורם זרם דרך R_4 (בדרך אגב נעיר שיש בשאלה טעות קטנה במספור הנגדים – אין במעגל נגד R_3). את המתח בנקודה A נוכל לקבל בעזרת כלל מחלק המתח:

$$U_A = U_{R_2} = \frac{E_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \cdot 10}{20 + 10} = 10(\mathrm{V})$$

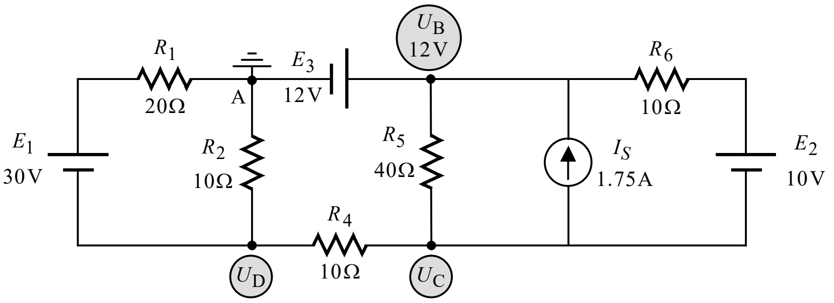
ב. נתון כי המתח בין A ל-B הוא 12V. ההדק החיובי של מד המתח במעגל הנתון בשאלה הוא בצד נקודה B. הדבר אומר שנקודה B **גבוהה** מנקודה A ב-12V. מכאן:

$$U_B = U_A + 12 = 10 + 12 = 22\,(\mathrm{V})$$

נפעיל את משפט מילמן על חלק המעגל הימני ונחשב את I_S:

$$U_B = \frac{I_S + \frac{E_2}{R_6}}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} \quad \Rightarrow \quad 22 = \frac{I_S + \frac{10}{10}}{\frac{1}{40} + \frac{1}{10}} \quad \Rightarrow \quad I_S = 1.75(\mathrm{A})$$

ג. נשרטט מעגל שקול:



מאחר והמקור החדש E_3 שווה בדיוק למתח שהיה בין A ל-B לפני כן (12V) ניתן לצפות שהמתחים בצמתים לא ישתנו. אנו מכל מקום נציג דרך פתרון מלאה. נפתור בעזרת מתחי צמתים.

יש לנו מקור אידיאלי E_3 בין שני צמתים A ו-B. במקרה זה לא ניתן להפעיל את שיטת מתחי הצמתים בצורתה הפשוטה, זאת מאחר ואין לנו דרך לבטא את הזרם של E_3 כמתח חלקי התנגדות. לפיכך שינינו את מיקום האדמה. לאחר שינוי זה ניתן לומר כי המתח בנקודה B הוא 12V, כמתואר כל זאת באיור. נמצא את שאר מתחי הצמתים.

<u>צומת C</u>:

נרשום את משוואת הזרמים על פי קירכהוף עבור צומת C :

שלב א': $(\mathrm{C})\ I_{R_4}+I_{R_5}+I_S+I_{R_6}=0$

נבטא את הזרמים כמתח חלקי התנגדות :

שלב ב': $$(\mathrm{C})\ \frac{U_\mathrm{C}-U_\mathrm{D}}{R_4}+\frac{U_\mathrm{C}-U_\mathrm{B}}{R_5}+I_S+\frac{U_\mathrm{C}+E_2-U_\mathrm{B}}{R_6}=0$$

נסדר את המשוואה שקיבלנו :

שלב ג': $$(\mathrm{C})\ \left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_\mathrm{C}-\left(\frac{1}{R_4}\right)U_\mathrm{D}=\left(\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_\mathrm{B}-\frac{E_2}{R_6}-I_S$$

נציב ערכים :

שלב ד': $$(\mathrm{C})\ \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{40}+\frac{1}{10}\right)U_\mathrm{C}-\left(\frac{1}{10}\right)U_\mathrm{D}=\left(\frac{1}{40}+\frac{1}{10}\right)\cdot 12-\frac{10}{10}-1.75$$

<u>צומת D</u>:

נרשום את משוואת הזרמים על פי קירכהוף עבור צומת D :

שלב א': $(\mathrm{D})\ I_{R_1}+I_{R_2}+I'_{R_4}=0$

נבטא את הזרמים כמתח חלקי התנגדות :

שלב ב': $$(\mathrm{D})\ \frac{U_\mathrm{D}+E_1}{R_1}+\frac{U_\mathrm{D}-0}{R_2}+\frac{U_\mathrm{D}-U_\mathrm{C}}{R_4}=0$$

נסדר את המשוואה שקיבלנו :

שלב ג': $$(\mathrm{D})\ -\left(\frac{1}{R_4}\right)U_\mathrm{C}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}\right)U_\mathrm{D}=-\frac{E_1}{R_1}$$

נציב ערכים :

שלב ד': $$(\mathrm{D})\ -\left(\frac{1}{10}\right)U_\mathrm{C}+\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)U_\mathrm{D}=-\frac{30}{20}$$

<u>לסיכום</u>:

קיבלנו שתי משוואות בשני נעלמים :

$$\begin{cases}(\mathrm{C})\ \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{40}+\frac{1}{10}\right)U_\mathrm{C}-\left(\frac{1}{10}\right)U_\mathrm{D}=\left(\frac{1}{40}+\frac{1}{10}\right)\cdot 12-\frac{10}{10}-1.75\\ (\mathrm{D})\ -\left(\frac{1}{10}\right)U_\mathrm{C}+\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)U_\mathrm{D}=-\frac{30}{20}\end{cases}$$

פתרון המשוואות נותן :

$U_\mathrm{C}=-10(\mathrm{V})$

$U_\mathrm{D}=-10(\mathrm{V})$

קיבלנו ש- $U_\mathrm{C}=U_\mathrm{D}$. נמצא ש- R_4 מתוח בין אותם שני פוטנציאלים ולכן לא יזרום דרכו זרם. כיוון שכך, גם לא יזרום זרם דרך E_3. נמצא שאכן המעגל נמצא באותו המצב של הסעיפים הקודמים (ראה הרחבה בהערה בהמשך). נבוא כעת אל המבוקש בשאלה.

$$U_{R_5} = U_{\mathrm{B}} - U_{\mathrm{C}} = 12 - (-10) = 22(\mathrm{V})$$

$$P_{R_5} = \frac{{U_{R_5}}^2}{R_5} = \frac{22^2}{40} = 12.1(\mathrm{W})$$

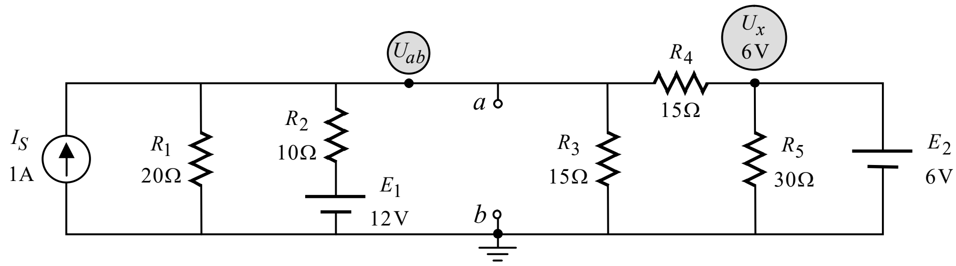
__הערה:__ אם נתבונן נראה שבסעיף ג' קיבלנו תוצאות זהות לחלוטין לסעיפים הקודמים, וכפי שאכן ציפינו. לדוגמה, המתח על R_5 גם כעת הוא 22V. כלומר ההפרש בין U_{B} ל- U_{C} הוא 22V. אולם יש לשים לב שהמתחים בצמתים עצמם השתנו, שהרי הם ביחס לאדמה, ובסעיף ג' שינינו את המיקום של האדמה. מכל מקום הפרש המתחים בין הצמתים נשארו זהים כפי שהסברנו, וכן כל המתחים והזרמים במעגל נשארו זהים.

עוד נוסיף כי בסעיף האחרון ניתן היה להשאיר את האדמה במקומה, ולפתור סעיף זה בעזרת שיטה הנקראת "סופר צומת". שיטה זו מהווה מעין הרחבה של שיטת מתחי הצמתים. מאחר ושיטה זו אינה נפוצה כל כך, העדפנו לפתור בשיטת מתחי הצמתים המוכרת יותר. ביאור מלא על שיטת "סופר צומת" ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל להנדסאים", בפרק העוסק בשיטות לפתרון מעגלים.

שאלה 2

א. נמצא מעגל תבנין תחילה, ולאחר מכן נמיר אותו למעגל נורטון.

חישוב מתח תבנין:



המתח U_x התקבל על ידי הליכה במסלול מצומת זה, דרך E_2, לאדמה. נפתור במתחי צמתים. נרשום את משוואת הזרמים על פי קירכהוף עבור צומת a:

$$-I_S + I_{R_1} + I_{R_2} + I_{R_3} + I_{R_4} = 0$$

נבטא את הזרמים כמתח חלקי התנגדות:

$$-I_S + \frac{U_{ab} - 0}{R_1} + \frac{U_{ab} - E_1}{R_2} + \frac{U_{ab} - 0}{R_3} + \frac{U_{ab} - U_x}{R_4} = 0$$

מאחר ויש כאן רק נעלם אחד, אין צורך לסדר את המשוואה. נציב ערכים ונפתור:

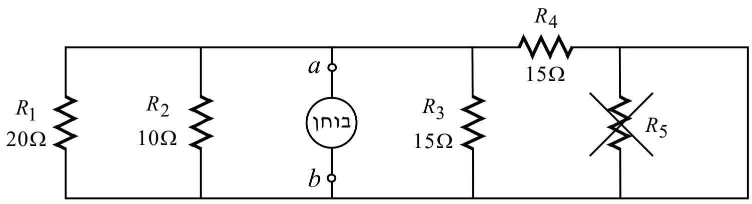
$$-1 + \frac{U_{ab} - 0}{20} + \frac{U_{ab} - 12}{10} + \frac{U_{ab} - 0}{15} + \frac{U_{ab} - 6}{15} = 0$$

$$U_{ab} = 9.176(\text{V})$$

$$E_{\text{Th}} = U_{ab} = 9.176(\text{V})$$

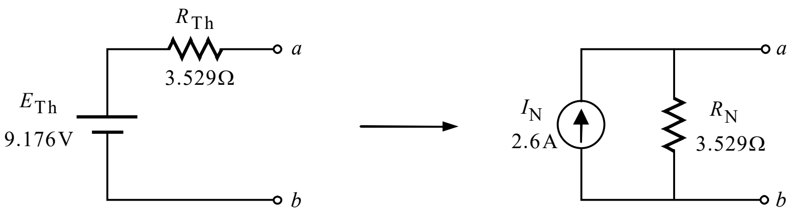
חישוב התנגדות תבנין:

נקצר את מקורות המתח, ננתק את מקור הזרם, נניח מקור בוחן בין ההדקים a ו-b ונשרטט את המעגל המתקבל:



$$R_{\text{Th}} = R_1 \| R_2 \| R_3 \| R_4 = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15}\right)^{-1} = 3.529(\Omega)$$

נשרטט את מעגל תבנין המתקבל, ונמיר אותו למעגל נורטון שקול:



$$R_{\text{N}} = R_{\text{Th}} = 3.529(\Omega)$$

$$I_{\text{N}} = \frac{E_{\text{Th}}}{R_{\text{Th}}} = \frac{9.176}{3.529} = 2.6(\text{A})$$

ב. נמצא תחילה את ערך ההספק המרבי. התנאי להעברת הספק מרבי הוא:

$$R_L = R_{\text{Th}} = 3.529(\Omega)$$

נחשב את ההספק המרבי:

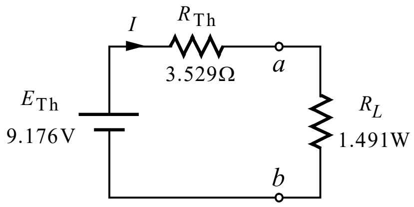
$$I = \frac{E_{\text{Th}}}{R_{\text{Th}} + R_L} = \frac{9.176}{3.529 + 3.529} = 1.3(\text{A})$$

$$P_{R_{L(\max)}} = I^2 \cdot R_L = 1.3^2 \cdot 3.529 = 5.964(\text{W})$$

רבע מההספק המרבי הוא אפוא:

$$P_{R_L} = \frac{P_{R_{L(\max)}}}{4} = \frac{5.964}{4} = 1.491(\text{W})$$

כעת עלינו לחשב אֵילו ערכים של R_L נותנים הספק זה. ישנם שני ערכים כאלה. נחבר את R_L למעגל תבנין ונציין על גביו את הידוע לנו:



נרשום את מאזן ההספקים של המעגל:

$$P_E = P_{R_{\text{Th}}} + P_{R_L}$$

נייצג את ההספקים של המשוואה האחרונה בעזרת נוסחאות ההספקים המוכרות, מלבד ההספק של R_L שערכו ידוע לנו:

$$E_{\text{Th}} \cdot I = I^2 \cdot R_{\text{Th}} + 1.491$$

נציב ערכים ונסדר את המשוואה בצורה של משוואה ריבועית (נציין כי ערך הזרם שקיבלנו לעיל התקבל עבור $R_L = R_{\text{Th}}$ ועבור מצב של הספק מרבי, ולכן הוא אינו רלוונטי כעת):

$$9.176I = 3.529I^2 + 1.491$$

$$3.529I^2 - 9.176I + 1.491 = 0$$

קיבלנו משוואה ריבועית שלה שני פתרונות:

$$I_1 = 2.425(\text{A})$$

$$I_2 = 0.174(\text{A})$$

ניעזר בשני פתרונות אלה ובמעגל תבנין שקיבלנו, ונחשב עבורם שני ערכים של R_L:

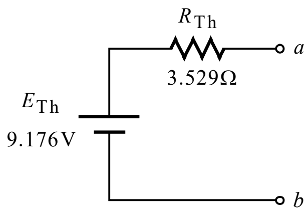
$$P_{R_L} = I_1^2 \cdot R_{L_1} \quad \Rightarrow$$

$$R_{L_1} = \frac{P_{R_L}}{I_1^2} = \frac{1.491}{2.425^2} = 0.253(\Omega)$$

$$P_{R_L} = I_2^2 \cdot R_{L_2} \quad \Rightarrow$$

$$R_{L_2} = \frac{P_{R_L}}{I_2^2} = \frac{1.491}{0.174^2} = 49.158(\Omega)$$

ג. נשאיר נתק בין ההדקים a ו-b של המעגל תבנין שקיבלנו:



מסלול מתחים בין ההדקים a ו-b נותן:

$$U_{ab} = E_{\text{Th}} = 9.176(\text{V})$$

שאלה 3

א. נרכז נתונים. נתוני תא בודד:

$$r = 0.1(\Omega)$$

$$E = 1.2(\mathrm{V})$$

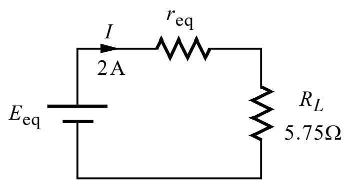
$$Q = 0.25(\mathrm{Ah})$$

הערכים הנוגעים לעומס:

$$R_L = 5.75(\Omega)$$

$$I = 2(\mathrm{A})$$

נשרטט מעגל שקול ונציין על גביו את הידוע לנו:



נתון שמספר התאים הכולל הוא 40. מכאן:

$$n \times m = 40 \quad \Rightarrow$$

$$m = \frac{40}{n}$$

קיבלנו ביטוי עבור m שנעשֶה בו שימוש בהמשך. נפעיל כעת את חוק אום על המעגל:

$$E_{\text{eq}} = I \cdot r_{\text{eq}} + I \cdot R_L$$

במקום E_{eq} ו- r_{eq} נציב את הנוסחאות שלהם הקשורות לתאים:

$$n \cdot E = I \cdot \frac{n \cdot r}{m} + I \cdot R_L$$

$$n \cdot 1.2 = 2 \cdot \frac{n \cdot 0.1}{m} + 2 \cdot 5.75$$

נציב במשוואה האחרונה את הביטוי של m שקיבלנו לעיל ונקבל:

$$n \cdot 1.2 = 2 \cdot \frac{n \cdot 0.1}{\frac{40}{n}} + 2 \cdot 5.75$$

$$\left(5 \times 10^{-3}\right) n^2 - 1.2n + 11.5 = 0$$

קיבלנו משוואה ריבועית שלה שני פתרונות:

$$n_1 = 230$$

$$n_2 = 10$$

ניעזר בביטוי של m שקיבלנו לעיל ונמצא שני ערכים מתאימים עבור m:

$$m_1 = \frac{40}{n_1} = \frac{40}{230} = 0.173$$

$$m_2 = \frac{40}{n_2} = \frac{40}{10} = 4$$

הפתרון הראשון נפסל כי הוא דורש $m_1 = 0.173$ שזה פחות מתא אחד. נמצא לסיכום:

$n = 10$

$m = 4$

ב. נחשב את הקיבול השקול של המעגל:

$$Q_{\text{eq}} = m \cdot Q = 4 \cdot 0.25 = 1(\text{Ah})$$

מכאן:

$$Q_{\text{eq}} = I \cdot t \quad \Rightarrow$$

$$t = \frac{Q_{\text{eq}}}{I} = \frac{1}{2} = 0.5(\text{h})$$

ג. נחשב את E_{eq} ואת ההספק שלו:

$$E_{\text{eq}} = n \cdot E = 10 \cdot 1.2 = 12(\text{V})$$

$$P_{E_{\text{eq}}} = E_{\text{eq}} \cdot I = 12 \cdot 2 = 24(\text{W})$$

נחשב את ההספק של R_L:

$$P_{R_L} = I^2 \cdot R_L = 2^2 \cdot 5.75 = 23(\text{W})$$

נחשב את נצילות המעגל:

$$\eta = \frac{P_{R_L}}{P_{E_{\text{eq}}}} \cdot 100\% = \frac{23}{24} \cdot 100\% = 95.833\%$$

ד. יש לנו כעת שני מערכים של תאים. מערך אחד כולל 3 ענפים $(m=3)$, שעל כל אחד מהם יש 10 תאים $(n=10)$. נחשב את הכא״מ ואת ההתנגדות השקולים של מערך זה:

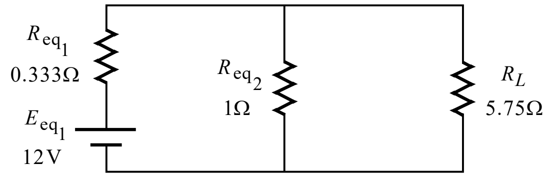
$$E_{\text{eq}_1} = n \cdot E = 10 \cdot 1.2 = 12(\text{V})$$

$$r_{\text{eq}_1} = \frac{n \cdot r}{m} = \frac{10 \cdot 0.1}{3} = 0.333(\Omega)$$

מערך שני כולל ענף אחד $(m=1)$, שעליו ישנן 10 התנגדויות פנימיות של התאים, ללא כא״מ. נחשב את ההתנגדות השקולה של מערך זה:

$$r_{\text{eq}_2} = \frac{n \cdot r}{m} = \frac{10 \cdot 0.1}{1} = 1(\Omega)$$

נשרטט מעגל שקול:



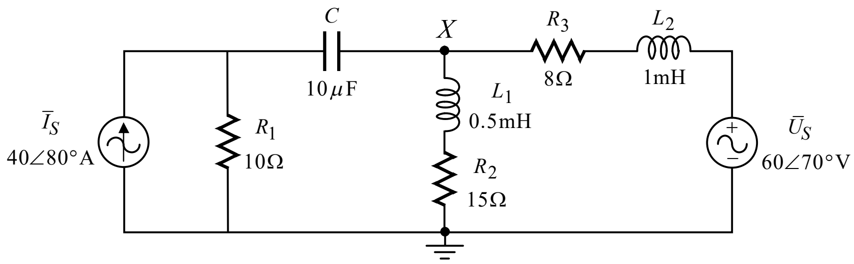
נפתור במילמן:

$$U_{R_L} = \frac{\frac{E_{eq_1}}{r_{eq_1}}}{\frac{1}{r_{eq_1}}+\frac{1}{r_{eq_2}}+\frac{1}{R_L}} = \frac{\frac{12}{0.333}}{\frac{1}{0.333}+\frac{1}{1}+\frac{1}{5.75}} = 8.625(\mathrm{V})$$

$$I_{R_L} = \frac{U_{R_L}}{R_L} = \frac{8.625}{5.75} = 1.5(\mathrm{A})$$

שאלה 4

א.



"נכין" את המעגל לפתרון. נחשב תחילה את היגב הקבל ואת היגיבי הסלילים :

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10000 \cdot 10\mu} = 10(\Omega)$$

$$X_{L_1} = \omega L_1 = 10000 \cdot 0.5\text{m} = 5(\Omega)$$

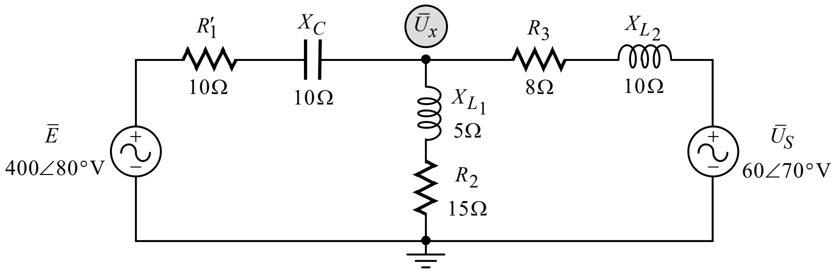
$$X_{L_2} = \omega L_2 = 10000 \cdot 1\text{m} = 10(\Omega)$$

נמיר את מקור הזרם עם הנגד שבמקביל אליו, למקור מתח שקול עם נגד בטור אליו :

$$E = \overline{I}_S \cdot R_1 = (40\angle 80°)10 = 400\angle 80°(\text{V})$$

$$R_1' = R_1 = 10(\Omega)$$

ההמרה שביצענו תורמת לפישוט המעגל. נשרטט מעגל שקול :



נפתור בעזרת משפט מילמן :

$$\overline{U}_x = \frac{\dfrac{\overline{E}}{R_1' - jX_C} + \dfrac{\overline{U}_S}{R_3 + jX_{L_2}}}{\dfrac{1}{R_1' - jX_C} + \dfrac{1}{R_2 + jX_{L_1}} + \dfrac{1}{R_3 + jX_{L_2}}} = \frac{\dfrac{400\angle 80°}{10 - j10} + \dfrac{60\angle 70°}{8 + j10}}{\dfrac{1}{10 - j10} + \dfrac{1}{15 + j5} + \dfrac{1}{8 + j10}} = 168.991\angle 126.57°(\text{V})$$

ב.

$$\overline{I}_{L_1} = \frac{\overline{U}_x}{R_2 + jX_{L_1}} = \frac{168.991\angle 126.57°}{15 + j5} = 10.687\angle 108.13°(\text{A})$$

נציג את הזרם כתלות בזמן כנדרש בשאלה :

$$i_{L_1}(t) = 10.687\sqrt{2}\sin(10000t + 108.13°)(\text{A})$$

ג.

$$\bar{I}_{U_S} = \frac{\bar{U}_x - \bar{U}_S}{R_3 + jX_{L_2}} = \frac{168.991\angle 126.57° - 60\angle 70°}{8 + j10} = 11.312\angle 95.45° (\text{A})$$

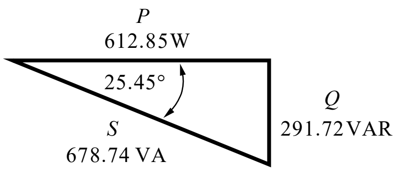
$$\bar{S}_{U_S} = \bar{U}_S \cdot \bar{I}_{U_S}{}^{*} = (60\angle 70°)(11.312\angle -95.45°) = 612.85 - 291.72j = 678.74\angle -25.45° \ (\text{VA})$$

מכאן:

$P = 612.85(\text{W})$

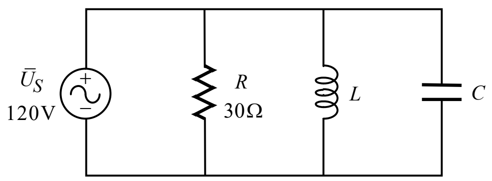
$Q = 291.72(\text{VAR})$

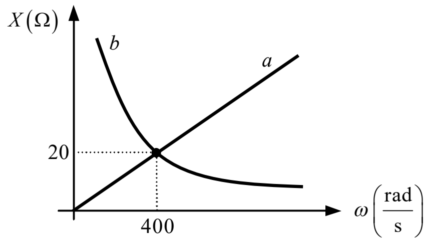
$S = 678.74(\text{VA})$



שאלה 5

א.





בדיאגרמה הנתונה מתואר אופן השתנות היגב הסליל והיגב הקבל כתלות בתדירות. ניתן לראות כי ככל שהתדירות ω הולכת וגדלה, כך אופיין a עולה, ולהיפך – אופיין b יורד. כדי לקבוע מי זה מי, ניזכר בנוסחאות להיגב הסליל והקבל:

$$X_L = \omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

מהמבנה המתמטי של הנוסחאות עולה, כי ככל שמגדילים את התדירות ω, כך X_L גדֵל, ולהיפך – X_C קטֵן. נמצא למסקנה שאופיין a שעולה עם עליית התדירות מייצג את היגב הסליל, ואופיין b שיורד מייצג את היגב הקבל.

ב. מהגרף הנתון ניתן ללמוד שבתדירות של $400(\text{ras/s})$ היגבי הסליל והקבל שווים זה לזה, והערך שלהם הוא 20Ω. שוויון בין היגב הסליל והיגב הקבל מתרחש בתהודה (המעגל הנתון הוא מעגל מקבילי אידיאלי שבו בתהודה תמיד מתקיים $X_L = X_C$). מכאן:

$$X_L = \omega L \qquad \Rightarrow \qquad L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{20}{400} = 0.05(\text{H}) = 50(\text{mH})$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \qquad \Rightarrow \qquad C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{400 \cdot 20} = 125(\mu\text{F})$$

ג. בתהודה במעגל מקבילי אידיאלי הסליל והקבל שקולים לנֶתק. נמצא שההתנגדות השקולה היא R בלבד. מכאן:

$$\bar{I}_\text{T} = \frac{\bar{U}_S}{R} = \frac{120}{30} = 4(\text{A})$$

ההספק המתפתח במקור הוא הספק ממשי P בלבד, שהרי ההתנגדות השקולה היא כאמור התנגדות ממשית R בלבד. מכאן:

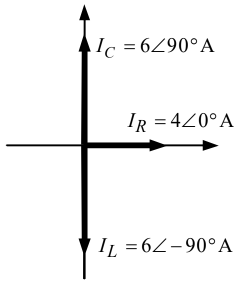
$$P_\text{T} = U_S \cdot I = 120 \cdot 4 = 480(\text{W})$$

ד. נקדים ונבאר כי למרות שהסליל והקבל שקולים לנֶתק, מבחינה מעשית הם אכן קיימים במעגל ויש לכל אחד זרם משלו. כלומר, **יחד** הם שקולים לנתק אולם כאשר בוחנים **כל אחד בנפרד** אכן יש לכל אחד זרם משלו (הרחבה על נידון זה ניתן למצוא בספרנו ״תורת החשמל להנדסאים״). נחשב את הזרמים המבוקשים בעזרת חוק אום ונתאר אותם על גבי דיאגרמת זרמים:

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{U}_S}{R} = \frac{120}{30} = 4\angle 0^\circ\ (\mathrm{A})$$

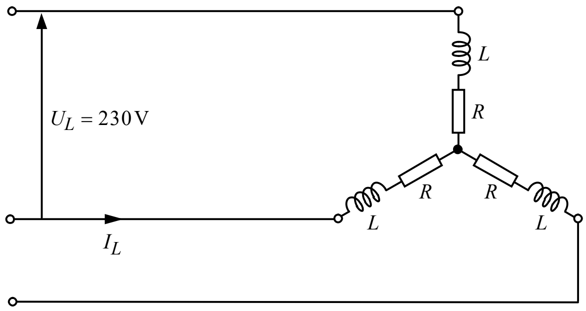
$$\bar{I}_L = \frac{\bar{U}_S}{jX_L} = \frac{120}{j20} = 6\angle -90^\circ (\mathrm{A})$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{U}_S}{-jX_C} = \frac{120}{-j20} = 6\angle 90^\circ (\mathrm{A})$$



שאלה 6

א.



נתון ההספק הפעיל של העומס $P = 3.6\ \text{kW} = 3600\,\text{W}$ (זהו ההספק של ה״עומס״, כלומר ההספק הפעיל הכולל של שלושת העכבות יחד). עוד נתון מקדם ההספק של העומס $PF = \cos\phi = 0.55$ (כאן הכוונה שזהו מקדם ההספק של כל עכבה). עוד נתון באיור מתח הקו $U_L = 230\,\text{V}$. מכאן:

$$P_\text{T} = \sqrt{3}\, U_L\, I_L \cos\phi \qquad \Rightarrow$$

$$I_L = \frac{P_\text{T}}{\sqrt{3}\, U_L \cos\phi} = \frac{3600}{\sqrt{3}\cdot 230 \cdot 0.55} = 16.430(\text{A})$$

ב. נתון באיור מתח הקו $U_L = 230\,\text{V}$. כידוע בסוג מעגל זה מתח הקו גדול פי $\sqrt{3}$ מהמתח של כל עכבה. מכאן:

$$U_Z = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{230}{\sqrt{3}} = 132.79(\text{V})$$

ניתן לראות באיור כי הזרם שמצאנו I_L הוא גם הזרם של כל עכבה. מכאן:

$$Z = \frac{U_Z}{I_Z} = \frac{U_Z}{I_L} = \frac{132.79}{16.430} = 8.081(\Omega)$$

ג. ניעזר בגורם ההספק הנון ונחשב את הזווית של כל עכבה:

$$\phi = \cos^{-1}(0.55) = 56.632^\circ$$

כעת ״נצמיד״ את הזווית שמצאנו כעת לגודל העכבה שמצאנו בסעיף הקודם ונקבל:

$$\bar{Z} = 8.081\angle 56.632^\circ = 4.445 + 6.749j(\Omega)$$

נמצא שגודל הנגד הוא:

$$R = 4.445(\Omega)$$

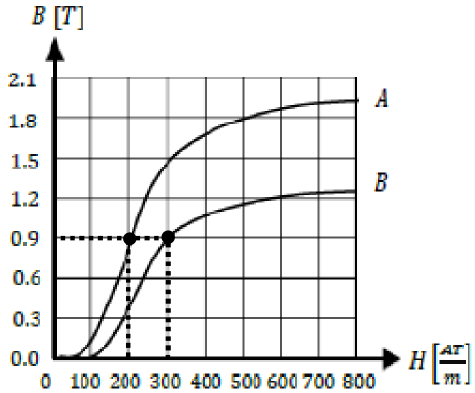
היגב הסליל הוא $X_L = 6.749\,\Omega$. ניעזר בתדר הנתון $f = 60\,\text{Hz}$ ונחשב את ההשראות:

$$X_L = 2\pi f L \qquad \Rightarrow$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{6.749}{2\pi \cdot 60} = 0.017(\text{H}) = 17.904(\text{mH})$$

שאלה 7

א. נתון $H_A = 200\ A/m$, $H_B = 300\ A/m$. נמצא לערכים אלה ערכי B מתאימים בעזרת עקום המגנוט הנתון:



ניתן להיווכח כי מתקבל ערך זהה של B עבור שני האופיינים (בדרך אגב נציין, כי במקרה זה חייב להיות ערך זהה של B עבור שני החומרים. במילים אחרות – חייב להיות ערך זהה של B בכל חלקי הליבה, שהרי מדובר בליבה טורית שבה ערך השטף זהה בכל חלקי הליבה, ומאחר ושטח החתך אחיד, גם B צריך להיות זהה בכל חלקי הליבה. ראה מה שהערנו בהקשר זה על שאלה דומה בבחינה של קיץ 2024 מועד ב', שאלה 7).

ידוע הקשר:

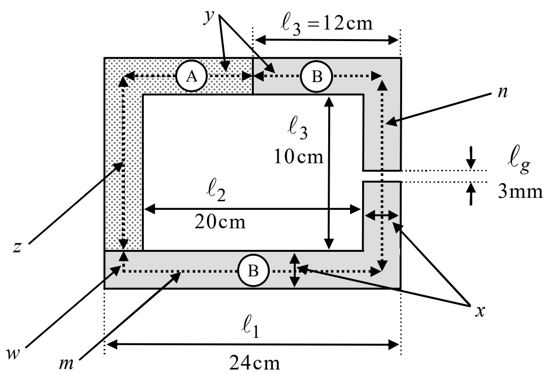
$$B = \mu_0 \mu_r H$$

נחלץ את μ_r מהנוסחה ונחשב את ערכו עבור כל אחד מהחומרים:

$$\mu_{r_A} = \frac{B_A}{\mu_0 H_A} = \frac{0.9}{4\pi 10^{-7} \cdot 200} = 3580.986$$

$$\mu_{r_B} = \frac{B_B}{\mu_0 H_B} = \frac{0.9}{4\pi 10^{-7} \cdot 300} = 2387.324$$

ב. נחשב את המידות של כל חלק. נשרטט את המעגל הנתון:



לצורך חישוב מידות חלקי הליבה, כל אחד מהקטעים הרלוונטיים לפתרון סומן באות אחרת. נחשב תחילה את שטח החתך. נתון ששטח החתך הוא ריבוע, והוא זהה בכל החלקים. נחשב את הרוחב x המסומן באיור, ואת שטח החתך:

$$x=\frac{\ell_1-\ell_2}{2}=\frac{24-20}{2}=2(\mathrm{cm})$$

$$A=x\cdot x=2\cdot 2=4\left(\mathrm{cm}^2\right)=4\times 10^{-4}\left(\mathrm{m}^2\right)$$

נחשב את אורכו של כל אחד מהקטעים y , z , w , m , n :

$$y=\ell_3-\frac{1}{2}x=12-1=11(\mathrm{cm})$$

$$z=\frac{1}{2}x+\ell_3=1+10=11(\mathrm{cm})$$

$$w=\frac{1}{2}x=1(\mathrm{cm})$$

$$m=\ell_1-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}x=24-1-1=22(\mathrm{cm})$$

$$n=\ell_3+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}x=10+1+1=12(\mathrm{cm})$$

נחשב את אורכו של חלק A :

$$\ell_{\mathrm{A}}=y+z=11+11=22(\mathrm{cm})=22\times 10^{-2}(\mathrm{m})$$

נחשב את אורכו של חלק B :

$$\ell_{\mathrm{B}}=y+n+m+w=11+12+22+1=46(\mathrm{cm})=46\times 10^{-2}(\mathrm{m})$$

נחשב את המיאון של כל חלק ואת המיאון השקול של המעגל :

$$R_{m_{\mathrm{A}}}=\frac{\ell_{\mathrm{A}}}{\mu_0\mu_{r_{\mathrm{A}}}A}=\frac{22\times 10^{-2}}{4\pi 10^{-7}\cdot 3580.986\cdot 4\times 10^{-4}}=122.22\times 10^3\left(\frac{1}{\mathrm{H}}\right)$$

$$R_{m_{\mathrm{B}}}=\frac{\ell_{\mathrm{B}}}{\mu_0\mu_{r_{\mathrm{B}}}A}=\frac{46\times 10^{-2}}{4\pi 10^{-7}\cdot 2387.324\cdot 4\times 10^{-4}}=383.33\times 10^3\left(\frac{1}{\mathrm{H}}\right)$$

$$R_{m_g}=\frac{\ell_g}{\mu_0 A}=\frac{3\times 10^{-3}}{4\pi 10^{-7}\cdot 4\times 10^{-4}}=5.968\times 10^6\left(\frac{1}{\mathrm{H}}\right)$$

$$R_{m_{\mathrm{T}}}=R_{m_{\mathrm{A}}}+R_{m_{\mathrm{B}}}+R_{m_g}=122.22\times 10^3+383.33\times 10^3+5.968\times 10^6=6.473\times 10^6\left(\frac{1}{\mathrm{H}}\right)$$

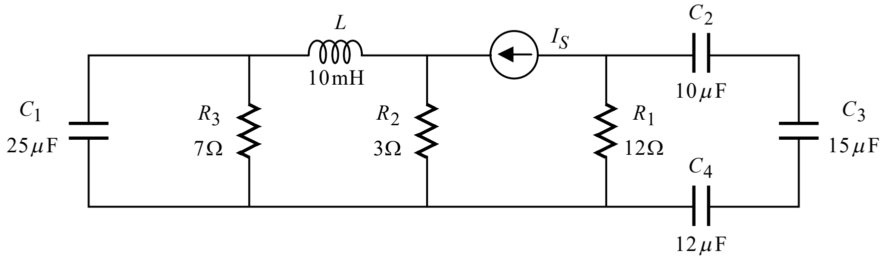
ג.　נדרש שטף של $\phi=0.5\,\mathrm{mWb}$. נתון שיש לסליל 700 כריכות. מכאן :

$$\phi=\frac{F_{mm}}{R_{m_{\mathrm{T}}}}=\frac{NI}{R_{m_{\mathrm{T}}}}\quad\Rightarrow$$

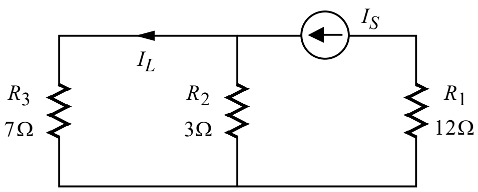
$$I=\frac{\phi\cdot R_{m_{\mathrm{T}}}}{N}=\frac{0.5\times 10^{-3}\cdot 6.473\times 10^6}{700}=4.624(\mathrm{A})$$

שאלה 8

א.



מכיוון שלא נאֶמר אחרת, יש להניח שהמעגל שהה במצב הנתון זמן מה, כך שהוא במצב המתמיד. במצב זה הקבלים שקולים לנֶתק, והסלילים שקולים לקֶצר. נשרטט מעגל שקול:



נתון שהאנרגיה האגורה בסליל היא $W_L = 11.25\,\text{mJ}$. נחשב את הזרם דרך הסליל:

$$W_L = \frac{L \cdot {I_L}^2}{2} \quad \Rightarrow$$

$$I_L = \sqrt{\frac{2 \cdot W_L}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11.25\text{m}}{10\text{m}}} = 1.5(\text{A})$$

מכאן:

$$U_{R_3} = I_L \cdot R_3 = 1.5 \cdot 7 = 10.5(\text{V})$$

$$U_{R_2} = U_{R_3} = 10.5(\text{V})$$

$$I_{R_2} = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{10.5}{3} = 3.5(\text{A})$$

$$I_S = I_L + I_{R_2} = 1.5 + 3.5 = 5(\text{A})$$

ב.

$$U_{C_1} = U_{R_3} = 10.5(\text{V})$$

$$W_{C_1} = \frac{C_1 \cdot {U_{C_1}}^2}{2} = \frac{25\mu \cdot 10.5^2}{2} = 1.378(\text{mJ})$$

נחשב את הקיבול השקול C_{2-4}:

$$C_{2-4} = \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{10\mu} + \frac{1}{15\mu} + \frac{1}{12\mu}\right)^{-1} = 4(\mu\text{F})$$

נחשב את המתח ואת המטען של C_{2-4} :

$$U_{C_{2-4}} = U_{R_1} = I_S \cdot R_1 = 5 \cdot 12 = 60(\mathrm{V})$$

$$Q_{C_{2-4}} = U_{C_{2-4}} \cdot C_{2-4} = 60 \cdot 4\mu = 240(\mu\mathrm{C})$$

המטען השקול $Q_{C_{2-4}}$ שמצאנו הוא גם המטען של כל קבל בנפרד, שהרי שלושת קבלים אלה מחוברים בטור, וכידוע לקבלים בטור יש מטען זהה. מכאן :

$$U_{C_2} = \frac{Q_{C_{2-4}}}{C_2} = \frac{240\mu}{10\mu} = 24(\mathrm{V})$$

$$W_{C_2} = \frac{C_2 \cdot U_{C_2}^2}{2} = \frac{10\mu \cdot 24^2}{2} = 2.88(\mathrm{mJ})$$

$$U_{C_3} = \frac{Q_{C_{2-4}}}{C_3} = \frac{240\mu}{15\mu} = 16(\mathrm{V})$$

$$W_{C_3} = \frac{C_3 \cdot U_{C_3}^2}{2} = \frac{15\mu \cdot 16^2}{2} = 1.92(\mathrm{mJ})$$

$$U_{C_4} = \frac{Q_{C_{2-4}}}{C_4} = \frac{240\mu}{12\mu} = 20(\mathrm{V})$$

$$W_{C_4} = \frac{C_4 \cdot U_{C_4}^2}{2} = \frac{12\mu \cdot 20^2}{2} = 2.4(\mathrm{mJ})$$

ג.

$$R_{\mathrm{T}} = R_3 \parallel R_2 + R_1 = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}\right)^{-1} + 12 = 14.1(\Omega)$$

$$U_{I_S} = I_S \cdot R_{\mathrm{T}} = 5 \cdot 14.1 = 70.5(\mathrm{V})$$

$$P_{I_S} = U_{I_S} \cdot I_S = 70.5 \cdot 5 = 352.5(\mathrm{W})$$