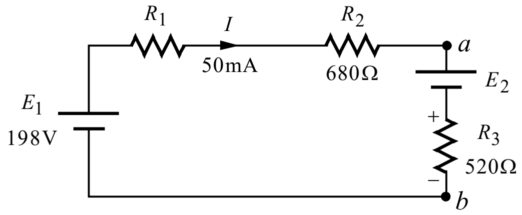
# פתרון מלא לבחינת מה"ט בתורת החשמל – קיץ 2025 מועד א'

## **שאלה 1**

א. מד זרם אידיאלי שקול לקֶצר, ומד מתח אידיאלי שקול לנֶתק. נשרטט מעגל שקול:




נתון שהוריית מד המתח היא $U_{ab}=104\text{V}$. כלומר המתח אם נצא למסלול מתחים מ-$a$ ל-$b$ (ולא להיפך – כך נובע מהקוטביות הנתונה של מד המתח) נקבל 104V. קוטביות המתח של $R_3$ שסומנה באיור נובעת מכיוון הזרם דרכו (בנגד נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן "פלוס"). הזרם של המעגל נתון בשאלה. מכאן:

$$U_{ab}=+E_2+U_{R_3}$$

$$E_2=U_{ab}-U_{R_3}=U_{ab}-I\cdot R_3=104-50\text{m}\cdot 520=78(\text{V})$$

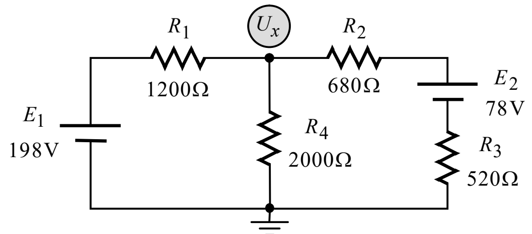
ב.

$$I=\frac{E_1-E_2}{R_1+R_2+R_3}$$

$$50\,\text{m}=\frac{198-78}{R_1+680+520}$$

$$R_1=1200(\Omega)=1.2(\text{k}\Omega)$$

ג. סוגרים את המפסק. השינוי במעגל גורם לשינוי בערכי הזרמים והמתחים, ולכן אין להסתמך על נתוני המתח והזרם מהסעיפים הקודמים. אולם ערכי מקור המתח $E_2$ והנגד $R_1$ שמצאנו נשאר נכון, שהרי מדובר ברכיבים פיזיים שלא השתנו. נשרטט מעגל שקול:




נפתור בעזרת משפט מילמן:

$$U_x=\frac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2+R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_2+R_3}}=\frac{\frac{198}{1200}+\frac{78}{680+520}}{\frac{1}{1200}+\frac{1}{2000}+\frac{1}{680+520}}=106.153(\text{V})$$

$$I_{R_1} = \frac{E_1 - U_x}{R_1} = \frac{198 - 106.153}{1200} = 0.076(\mathrm{A}) = 76.538(\mathrm{mA})$$

$$I_{R_4} = \frac{U_x}{R_4} = \frac{106.153}{2000} = 0.053(\mathrm{A}) = 53.076(\mathrm{mA})$$

ד. המתח $U_x$ גדול מערכו של $E_2$. כיוון שכך הזרם נכנס לתוך ההדק החיובי של $E_2$. נמצא שמקור זה הוא **צרכן**. נחשב את ההספק שלו:

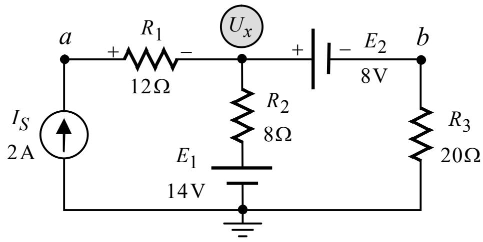
$$I_{E_2} = \frac{U_x - E_2}{R_2 + R_3} = \frac{106.153 - 78}{680 + 520} = 0.023(\mathrm{A})$$

$$P_{E_2} = E_2 \cdot I_{E_2} = 78 \cdot 0.023 = 1.83(\mathrm{W})$$

## שאלה 2

א. **חישוב מתח תבנין:**

ננתק את $R_L$ ונשרטט את המעגל המתקבל:



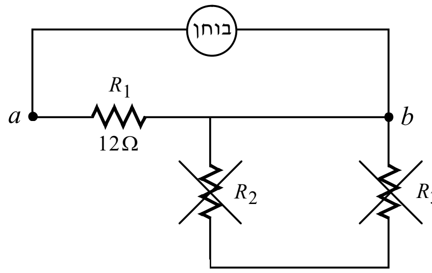

מתח תבנין הוא המתח בין $a$ ל-$b$. נוכל במקרה שלנו לחשב מתח זה בקלות בעזרת מסלול מתחים בין הנקודות. קוטביות המתח של $R_1$ שסומנה באיור נגזרת מכיוון הזרם דרכו (בנגד נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן "פלוס"). מכאן:

$$E_{\text{Th}} = U_{ab} = +U_{R_1} + E_2 = I_S \cdot R_1 + E_2 = 2 \cdot 12 + 8 = 32(\text{V})$$

קיבלנו תוצאה חיובית, מה שאומר שההדק החיובי של $E_{\text{Th}}$ יפנה לנקודה $a$.

**חישוב התנגדות תבנין:**

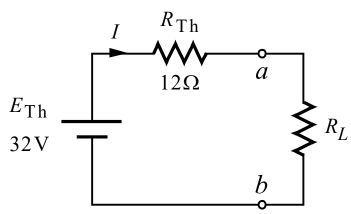
נקצר את מקורות המתח, ננתק את מקור הזרם, נניח מקור בוחן בין ההדקים A ו-B ונשרטט מעגל שקול:




במצב שנוצר הנגדים $R_2$ ו- $R_3$ מקוצרים. מכאן:

$$R_{\text{Th}} = R_1 = 12(\Omega)$$

נשרטט את מעגל תבנין המתקבל כנדרש בשאלה:




ב. נמצא תחילה את ערך ההספק המרבי. התנאי להעברת הספק מרבי הוא:

$$R_L = R_{\text{Th}} = 12(\Omega)$$

נחשב את ההספק המרבי:

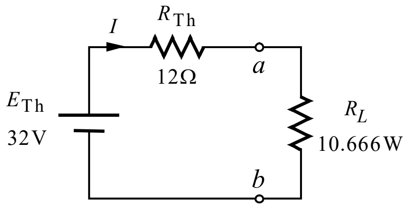
$$I = \frac{E_{\text{Th}}}{R_{\text{Th}} + R_L} = \frac{32}{12+12} = 1.333(\text{A})$$

$$P_{R_{L(\max)}} = I^2 \cdot R_L = 1.333^2 \cdot 12 = 21.333(\text{W})$$

**חצי** מההספק המרבי הוא אפוא:

$$P_{R_L}=\frac{P_{R_{L(\max)}}}{2}=\frac{21.333}{2}=10.666(\mathrm{W})$$

כעת עלינו לחשב אֵילו ערכים של $R_L$ נותנים הספק זה. ישנם שני ערכים כאלה. נחבר את $R_L$ למעגל תבנין ונציין על גביו את הידוע לנו:




נרשום את מאזן ההספקים של המעגל:

$$P_E=P_{R_{\mathrm{Th}}}+P_{R_L}$$

נבטא את ההספקים בעזרת נוסחאות ההספקים המוכרות, מלבד ההספק של $R_L$ שערכו ידוע לנו:

$$E_{\mathrm{Th}}\cdot I=I^2\cdot R_{\mathrm{Th}}+10.666$$

נציב ערכים ונסדר את המשוואה בצורה של משוואה ריבועית (נציין כי ערך הזרם שקיבלנו לעיל התקבל עבור $R_L=R_{\mathrm{Th}}$ ועבור מצב של הספק מרבי, ולכן הוא אינו רלוונטי כעת):

$$32I=12I^2+10.666$$

$$12I^2-32I+10.666=0$$

קיבלנו משוואה ריבועית שלה שני פתרונות:

$$I_1=2.276(\mathrm{A})$$

$$I_2=0.390(\mathrm{A})$$

ניעזר בשני פתרונות אלה ובמעגל תבנין שקיבלנו, ונחשב עבורם שני ערכים של $R_L$:

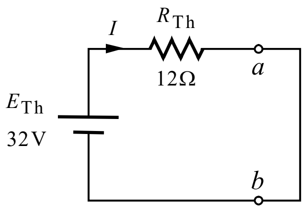
$$P_{R_L}=I_2{}^2\cdot R_{L_2}\quad\Rightarrow$$

$$R_{L_2}=\frac{P_{R_L}}{I_2{}^2}=\frac{10.666}{0.390^2}=69.941(\Omega)$$

$$P_{R_L}=I_1{}^2\cdot R_{L_1}\quad\Rightarrow$$

$$R_{L_1}=\frac{P_{R_L}}{I_1{}^2}=\frac{10.666}{2.276^2}=2.058(\Omega)$$

ג. נחבר תיל בין $a$ ל-$b$ במעגל תבנין שקיבלנו:




כיוונו של הזרם הוא מ-$a$ ל-$b$, זאת בהתאם לכיוונו של $E_{\mathrm{Th}}$ אותו קיבלנו. נחשב את גודלו של הזרם:

$$I=\frac{E_{\mathrm{Th}}}{R_{\mathrm{Th}}}=\frac{32}{12}=2.666(\mathrm{A})$$

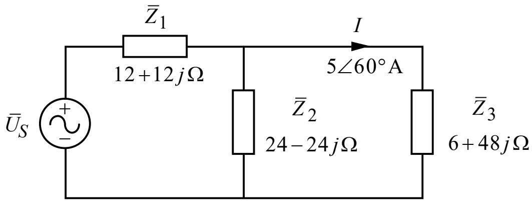
## **שאלה 3**

א. נחשב את ההיגבים של הקבל ושל הסלילים ונשרטט את המעגל המתקבל:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000\cdot 41.666\mu} = 24(\Omega)$$

$$X_{L_1} = \omega L_1 = 1000\cdot 12\text{m} = 12(\Omega)$$

$$X_{L_2} = \omega L_2 = 1000\cdot 48\text{m} = 48(\Omega)$$




לשם נוחות הפתרון ריכזנו את ההתנגדויות ואת ההיגבים השונים לעכבות שקולות. נתון הזרם דרך $\bar{Z}_3$. מכאן:

$$\bar{U}_{Z_3} = \bar{I}_{Z_3}\cdot\bar{Z}_3 = (5\angle 60°)(6+48j) = 241.86\angle 142.87°(\text{V})$$

$$\bar{U}_{Z_2} = \bar{U}_{Z_3} = 241.86\angle 142.87°(\text{V})$$

$$\bar{I}_{Z_2} = \frac{\bar{U}_{Z_2}}{\bar{Z}_2} = \frac{241.86\angle 142.87°}{24-24j} = 7.126\angle -172.12°(\text{A})$$

$$\bar{I}_\text{T} = \bar{I}_{Z_2} + \bar{I}_{Z_3} = 5\angle 60° + 7.126\angle -172.12° = 5.659\angle 143.65°(\text{A})$$

נחשב את העכבה השקולה של המעגל (נצרך גם לסעיף ד׳):

$$\bar{Z}_\text{T} = \left(\frac{1}{\bar{Z}_3}+\frac{1}{\bar{Z}_2}\right)^{-1} + \bar{Z}_1 = \left(\frac{1}{6+48j}+\frac{1}{24-24j}\right)^{-1} + 12+12j = 54.731+11.414j(\Omega)$$

מכאן:

$$\bar{U}_S = \bar{I}_\text{T}\cdot\bar{Z}_\text{T} = (5.659\angle 143.65°)(54.731+11.414j) = 316.425\angle 155.44°(\text{V})$$

ב.

$$\bar{S}_{U_S} = \bar{U}_S\cdot\bar{I}_\text{T}^* = (316.425\angle 155.44°)(5.659\angle -143.65°) =$$

$$= 1753.125+365.625j = 1790.84\angle 11.780°(\text{VA})$$

מכאן:

$$P_\text{T} = 1753.125(\text{W})$$

$$Q_\text{T} = 365.625(\text{VAR})$$

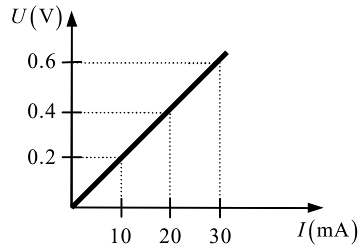
ג. זווית המופע של המעגל היא גם זווית המופע של $\bar{S}_{U_S}$ שחישבנו בסעיף הקודם. מכאן:

$$PF = \cos\phi = \cos(11.780°) = 0.978$$

ד. חושב בסעיף א׳.

## שאלה 4

א. נשרטט את אופיין המתח-זרם הנתון בשאלה:




זהו אופיין של סליל **מעשי**, כלומר סליל המחובר בטור לנגד. בשאלה מובא שאופיין זה התקבל כאשר הסליל היה מחובר למקור DC. במצב זה הסליל שקול לקֶצר (במצב המתמיד שהוא ברירת המחדל) ולכן אין עליו מתח כלל. נמצא שהמתחים הנתונים באופיין הם המתחים של הנגד בלבד כתלות בזרם דרכו. נבחר את אחד מ"זוגות" הערכים הנתונים ונחשב את התנגדות הנגד. יש לשים לב שהזרמים נתונים ב-mA. מכאן:

$$R=\frac{U}{I}=\frac{0.2}{10\text{m}}=20(\Omega)$$

כעת מחברים את אותו סליל מעשי יחד עם קבל בטור למקור מתח חילופין. נתון שבמעגל זורם זרם בעוצמה מרבית – כלומר המעגל נמצא במצב של **תהודה טורית** (זרם מקסימלי זהו אחד מהמאפיינים של תהודה טורית). נתון שגורם הטיב של המעגל הוא $Q=20$. מתח המקור נתון על ידי:

$$u(t)=10\sqrt{2}\sin(2000t)(\text{V})$$

נחשב את $L$ ואת $C$ בעזרת הנוסחאות הבאות:

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}\qquad\Rightarrow\qquad L=\frac{Q\cdot R}{\omega_0}=\frac{20\cdot 20}{2000}=0.2(\text{H})$$

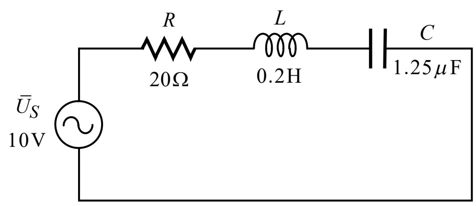
$$Q=\frac{1}{\omega_0 RC}\qquad\Rightarrow\qquad C=\frac{1}{\omega_0\cdot R\cdot Q}=\frac{1}{2000\cdot 20\cdot 20}=1.25(\mu\text{F})$$

נציג את מתח המקור בהצגה פאזורית:

$$u(t)=10\sqrt{2}\sin(2000t)(\text{V})$$

$$\bar{U}_S=\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=10(\text{V})$$

נשרטט את המעגל המתקבל כנדרש בשאלה:



ב. במצב של תהודה טורית הסליל והקבל שקולים לקֶצר. מכאן:

$$I=\frac{\bar{U}_S}{\bar{Z}_\text{T}}=\frac{\bar{U}_S}{R}=\frac{10}{20}=0.5(\text{A})$$

$$P=I^2\cdot R=0.5^2\cdot 20=5(\text{W})$$

לגבי **הספק היגבי** – בכל מעגלי התהודה לעכבה אין חלק היגבי (בתנאי שכל המעגל בתהודה ולא רק חלק מסוים) ולכן ההספק ההיגבי של המעגל הוא **אפס**. גם כאן מכיוון שהסליל והקבל שקולים לקֶצר, ההספק היגבי של הסליל והקבל יחד הוא אפס (נציין שאכן יש לסליל ולקבל הספק היגבי, זאת כאשר מחשבים את ההספק של כל אחד מהם **בנפרד**. ההספקים של שניהם זהים בגודלם והפוכים בסימנם, ולכן ההספק ההיגבי הכולל של שניהם **יחד** הוא אפס. הרחבה על הנושא של מעגלי תהודה ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל להנדסאים").

ג. כעת משנים את **תדר** המקור ל- $f=500\text{Hz}$. ראינו לעיל **שתדירות** התהודה היא $\omega_0=2000(\text{ras/s})$ (התדירות הנתונה של המקור). נבחן מהו תדר התהודה של המעגל:

$$f_0=\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{2000}{2\pi}=318.3(\text{Hz})$$

נמצא למסקנה שהתדר החדש אינו תדר התהודה. הדבר אומר שכעת המעגל אינו בתהודה. נפתור כמו מעגל AC רגיל. נחשב את היגבי הסליל והקבל ואת העכבה השקולה:

$$X_L=2\pi fL=2\pi\cdot 500\cdot 0.2=628.31(\Omega)$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\pi\cdot 500\cdot 1.25\mu}=254.64(\Omega)$$

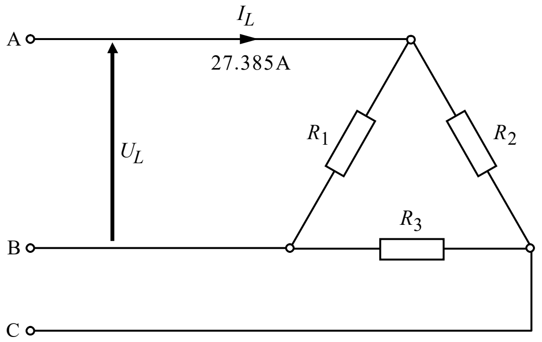
$$\bar{Z}_\text{T}=R+jX_L-jX_C=20+j628.31-j254.64=20+j373.67=374.205\angle 86.936°(\Omega)$$

מאחר וזווית המופע של העכבה השקולה היא חיובית, **אופי המעגל הוא השראִי**. נחשב את גורם ההספק של המעגל:

$$PF=\cos\phi=\cos(86.936°)=0.053$$

## שאלה 5

א.




בסוג מבנה זה של המעגל, הזרם בעומס $I_{ph}$ קטן פי $\sqrt{3}$ מזרם הקו הנתון $I_L$. מכאן:

$$I_{ph} = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{27.385}{\sqrt{3}} = 15.810(\text{A})$$

**הערה:** הרחבה אודות הקשרים בין הזרמים והמתחים במעגלים תלת-מופעיים ניתן למצוא בספרנו "תורת החשמל להנדסאים" מהדורה שלישית ואילך. ראה שם ארבעת כללי הזהב לפתרון מעגלים תלת-מופעיים).

ב. ניתן לראות שהמתח המבוקש $U_L$ הוא למעשה המתח של כל נגד. נתון ההספק המתפתח ב"צרכן" 3000W. במילה "צרכן" הכוונה לשלושת הנגדים יחד. ההספק של כל נגד הוא אפוא שליש מזה. כלומר:

$$P_R = \frac{P_T}{3} = \frac{3000}{3} = 1000(\text{W})$$

את גודל הזרם העובר דרך כל נגד מצאנו בסעיף הקודם. מכאן:

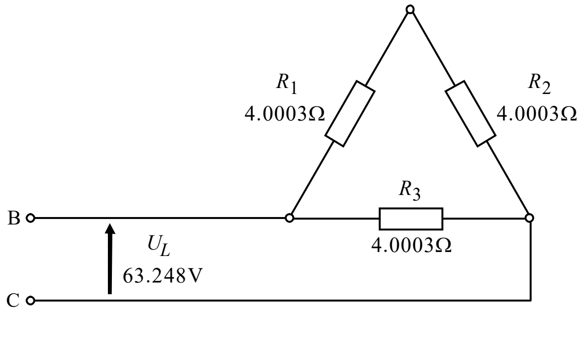
$$P_R = U_R \cdot I_R = U_L \cdot I_{ph} \quad \Rightarrow$$

$$U_L = \frac{P_R}{I_{ph}} = \frac{1000}{15.810} = 63.248(\text{V})$$

ג. ניעזר בתוצאות הסעיפים הקודמים ונחשב תחילה את גודל ההתנגדות של כל אחד מהנגדים:

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_L}{I_{ph}} = \frac{63.248}{15.810} = 4.0003(\Omega)$$

נשרטט את המעגל ונציין על גביו את הידוע לנו:



**ביאור:** הנתק של מופע A אינו משנה את ערך הנגדים שמצאנו, שהרי מדובר ברכיב פיזי שלא השתנה. כמו כן מתח הקו $U_L$ נשאר זהה. מדוע? מתח הקו הוא המתח בין כל שני הדקים של המחולל, כלומר $U_{\mathrm{AB}}$, $U_{\mathrm{BC}}$, $U_{\mathrm{CA}}$. מתח זה נקבע על ידי ערך מקורות המתח שאינם נראים באיור, ועל ידי המבנה בו הם מחוברים. מאחר ולא חל שינוי במקורות, נוכל לקבוע שגם מתח הקו לא השתנה. מתח זה נופל כעת על כל הנגדים יחד (הם כבר אינם מחוברים במשולש). נחשב את ההתנגדות השקולה ואת ההספק:

$$R_{\mathrm{T}} = \left(R_1 + R_2\right) \| R_3 = \left(\frac{1}{4.0003 + 4.0003} + \frac{1}{4.0003}\right)^{-1} = 2.6668(\Omega)$$

$$P_{\mathrm{T}(new)} = \frac{{U_L}^2}{R_{\mathrm{T}}} = \frac{63.248}{2.6668} = 1500(\mathrm{W})$$

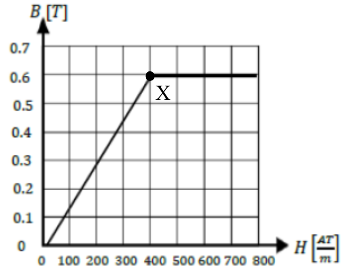
ד. ניעזר בחוק אום ונחשב את הזרמים:

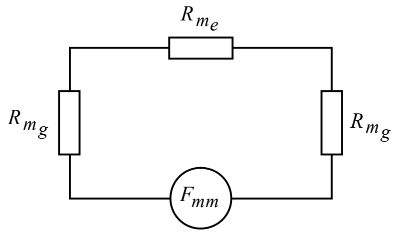
$$I_{R_1} = I_{R_2} = \frac{U_L}{R_1 + R_2} = \frac{63.248}{4.0003 + 4.0003} = 7.905(\mathrm{A})$$

$$I_{R_3} = \frac{U_L}{R_3} = \frac{63.248}{4.0003} = 15.810(\mathrm{A})$$

## **שאלה 6**

א.




**ביאור:** בצד שמאל של האיור מובא עקום המגנוט הנתון בשאלה. על גביו סומנה נקודה X שתבוא לידי ביטוי בהמשך הפתרון. בצד ימין של האיור מובא המעגל ה״חשמלי״ האנלוגי למעגל המגנטי. המיאון $R_{m_e}$ הוא המיאון הכולל של שני חלקי הליבה. המיאון $R_{m_g}$ הוא המיאון של כל אחד מחריצי האוויר (יש לשני חריצי האוויר נתונים זהים). נרכז נתונים:

$N=220$

$\ell_e=84(\text{cm})=84\times10^{-2}(\text{m})$

$\ell_g=3(\text{mm})=3\times10^{-3}(\text{m})$

$I=4(\text{A})$

$A=25\left(\text{cm}^2\right)=25\times10^{-4}\left(\text{m}^2\right)$

יש לשים לב ש- $\ell_e$ הוא האורך הכולל של שני חלקי הליבה (ללא חריצי האוויר), ואילו $\ell_g$ הוא האורך של חריץ אוויר אחד בלבד.

ידוע הקשר:

$B=\mu_0\mu_r H$

ניעזר בשיעורי נקודה X שעל עקום המגנוט הנתון ונחשב את $\mu_r$:

$$\mu_r=\frac{B}{\mu_0 H}=\frac{0.6}{4\pi10^{-7}\cdot400}=1193.66$$

נחשב את מיאוני המעגל:

$$R_{m_e}=\frac{\ell_e}{\mu_0\mu_r A}=\frac{84\times10^{-2}}{4\pi10^{-7}\cdot1193.66\cdot25\times10^{-4}}=244\times10^3\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

$$R_{m_g}=\frac{\ell_g}{\mu_0\cancel{\mu_r}A}=\frac{3\times10^{-3}}{4\pi10^{-7}\cdot25\times10^{-4}}=954.929\times10^3\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

$$R_{m_\text{T}}=R_{m_e}+2\times R_{m_g}=244\times10^3+2\times954.929\times10^3=2.133\times10^6\left(\frac{1}{\text{H}}\right)$$

ב.   נתון $I = 4\text{A}$ . מכאן:

$$\phi = \frac{F_{mm}}{R_{m_\text{T}}} = \frac{NI}{R_{m_\text{T}}} = \frac{220 \cdot 4}{2.133 \times 10^6} = 0.412(\text{mWb})$$

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{0.412 \times 10^{-3}}{25 \times 10^{-4}} = 0.164(\text{T})$$

ג.

$$L = \frac{N^2}{R_{m_\text{T}}} = \frac{220^2}{2.133 \times 10^6} = 0.022(\text{H}) = 22.681(\text{mH})$$

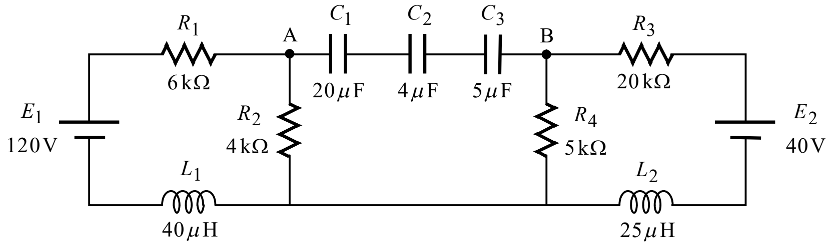
ד.   ניתן לראות בגרף הנתון שהערך המרבי האפשרי של $B$ הוא $0.6\text{T}$ (זהו ערך הרוויה). מכאן:

$$B = \frac{\phi}{A} \quad \Rightarrow \quad \phi = B_{\max} \cdot A = 0.6 \cdot 25 \times 10^{-4} = 1.5(\text{mWb})$$

$$\phi = \frac{F_{mm}}{R_{m_\text{T}}} = \frac{NI}{R_{m_\text{T}}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\phi \cdot R_{m_\text{T}}}{N} = \frac{1.5 \times 10^{-3} \cdot 2.133 \times 10^6}{220} = 14.549(\text{A})$$

## שאלה 7

א.




במצב המתמיד (שהוא ברירת המחדל אם לא נאֱמר אחרת) הסלילים שקולים לקֶצר, והקבלים שקולים לנֶתק). נשרטט מעגל שקול:


הנתק שבין A ל-B גורם לכך ששני חלקי המעגל מתפקדים כשני מעגלים טוריים נפרדים (במצב זה לא עובר זרם דרך התיל התחתון המחבר בין שני חלקי המעגל). נחשב את הזרמים של הסלילים ואת האנרגיה האגורה בהם:

$$I_{L_1} = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{120}{6\text{k}+4\text{k}} = 12(\text{mA})$$

$$W_{L_1} = \frac{L_1 \cdot I_{L_1}^2}{2} = \frac{40\times10^{-6}\cdot\left(12\times10^{-3}\right)^2}{2} = 2.88(\text{nJ})$$

$$I_{L_2} = \frac{E_2}{R_3 + R_4} = \frac{40}{20\text{k}+5\text{k}} = 1.6(\text{mA})$$

$$W_{L_2} = \frac{L_2 \cdot I_{L_2}^2}{2} = \frac{25\times10^{-6}\cdot\left(1.6\times10^{-3}\right)^2}{2} = 32(\text{pJ})$$

נחשב את המתח בין A ל-B בעזרת מסלול מתחים בין שתי הנקודות. קוטביות המתחים של $R_2$ ו-$R_4$ סומנה מראש על גבי השרטוט (בנגד נקודת הכניסה של הזרם מקבלת סימן "פלוס"). מכאן:

$$U_{R_2} = I_{L_1}\cdot R_2 = 12\text{m}\cdot 4\text{k} = 48(\text{V})$$

$$U_{R_4} = I_{L_2}\cdot R_4 = 1.6\text{m}\cdot 5\text{k} = 8(\text{V})$$

$$U_{\text{AB}} = +U_{R_2} - U_{R_4} = 48 - 8 = 40(\text{V})$$

ב. המתח הכולל של שלושת הקבלים יחד הוא המתח $U_{\mathrm{AB}}$ שחישבנו. נחשב תחילה את הקיבול השקול ואת המטען של הקבלים:

$$C_{1-3}=\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{20\mu}+\frac{1}{4\mu}+\frac{1}{5\mu}\right)^{-1}=2(\mu\mathrm{F})$$

$$Q_{C_{1-3}}=U_{C_{1-3}}\cdot C_{1-3}=U_{\mathrm{AB}}\cdot C_{1-3}=40\cdot 2\mu=80(\mu\mathrm{C})$$

המטען הכולל שחשיבנו $Q_{C_{1-3}}$ הוא גם המטען של כל קבל בנפרד, שהרי לקבלים בטור יש מטען זהה (כמו זרם בנגדים). נחשב את המתח של כל קבל:

$$U_{C_1}=\frac{Q_{C_{1-3}}}{C_1}=\frac{80\mu}{20\mu}=4(\mathrm{V})$$

$$U_{C_2}=\frac{Q_{C_{1-3}}}{C_2}=\frac{80\mu}{4\mu}=20(\mathrm{V})$$

$$U_{C_3}=\frac{Q_{C_{1-3}}}{C_3}=\frac{80\mu}{5\mu}=16(\mathrm{V})$$

נחשב את האנרגיה של כל קבל:

$$W_{C_1}=\frac{C_1\cdot U_{C_1}^{\,2}}{2}=\frac{20\mu\cdot 4^2}{2}=160(\mu\mathrm{J})$$

$$W_{C_2}=\frac{C_2\cdot U_{C_2}^{\,2}}{2}=\frac{4\mu\cdot 20^2}{2}=800(\mu\mathrm{J})$$

$$W_{C_3}=\frac{C_3\cdot U_{C_3}^{\,2}}{2}=\frac{5\mu\cdot 16^2}{2}=640(\mu\mathrm{J})$$

ג. ביקשו את האנרגיה שהמעגל "צורך" (ולא האנרגיה ה"אגורה"). זוהי האנרגיה של כל הנגדים שבמעגל. במקרה זה יהיה קל יותר לחשב את האנרגיה **שמספקים** המקורות (שהיא זהה לאנרגיה הנצרכת על ידי הנגדים). מכאן:

$$P_{E_1}=E_1\cdot I_{L_1}=120\cdot 12\mathrm{m}=1.44(\mathrm{W})$$

$$P_{E_2}=E_2\cdot I_{L_2}=40\cdot 1.6\mathrm{m}=0.064(\mathrm{W})$$

$$W_{E_1}=P_{E_1}\cdot t=1.44\cdot 20=28.8(\mathrm{Wh})$$

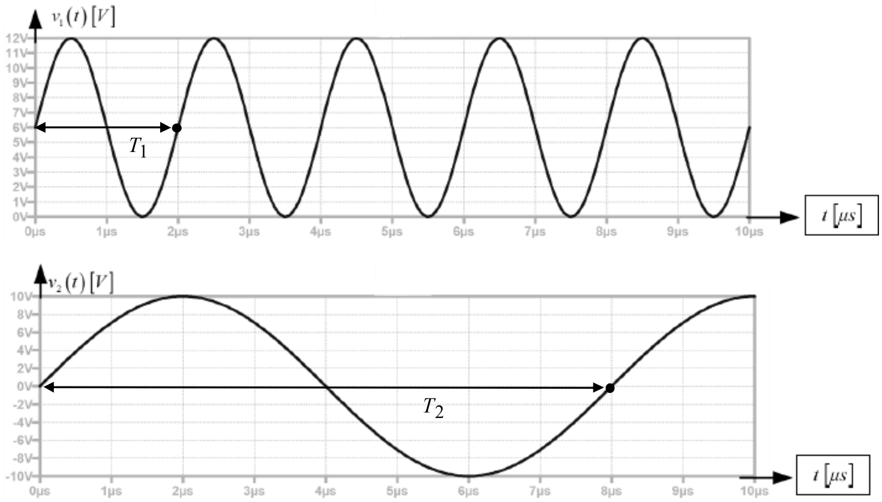
$$W_{E_2}=P_{E_2}\cdot t=0.064\cdot 20=1.25(\mathrm{Wh})$$

$$W_{\mathrm{T}}=W_{E_1}+W_{E_2}=28.8+1.25=30.08(\mathrm{Wh})$$

**הערה:** בשאלה ביקשו להציג את האנרגיה ביחידת מדידה Wh (וואט-שעה). לכן בחישובי האנרגיה הצבנו את ההספק ביחידת מדידה **וואט**, ואת הזמן הצבנו ביחידת מדידה **שעה**.

## שאלה 8

א.




זמן המחזור הראשון של כל אות סומן על גבי האיור. מכאן:

**אות 2**

$T_2 = 8(\mu s)$

$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{8\mu} = 125(\text{kHz})$

$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 125\text{k} = 0.785\times10^6\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$

**אות 1**

$T_1 = 2(\mu s)$

$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2\mu} = 500(\text{kHz})$

$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 500\text{k} = 3.141\times10^6\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$

ב. **לגבי זווית המופע** – ניתן לראות באיור ש״נקודת ההתחלה״ של שני האותות היא בזמן $t=0$, מה שאומר שזווית המופע של שניהם היא אפס.

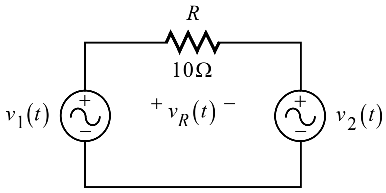
**לגבי התנופה/אמפליטודה** – ניתן לראות שלאות 1 יש רמת DC של 6V. מאותה רמה האות עולה ויורד בערך של 6V. נמצא שאות 1 מורכב למעשה משני אותות – אות DC שערכו 6V, וכן אות סינוס שהתנופה שלו היא 6V.

לאות 2 לעומת זאת אין רמת DC. ניתן לראות שהוא עולה ויורד בערך של 10V. כלומר מדובר באות סינוס ״טהור״ שהתנופה שלו היא 10V. מכאן:

$$v_1(t) = 6 + 6\sin\left(2\pi 500\times10^3 t\right)(\text{V})$$

$$v_2(t) = 10\sin\left(2\pi 125\times10^3 t\right)(\text{V})$$

ג.




ניתן לראות ששני המקורות פועלים בכיוונים מנוגדים על הנגד ולכן יש לחסר ביניהם. את מי נקבע כחיובי? מסימון הקוטביות הנתון של $v_R(t)$ עולה שהמקור $v_1(t)$ נחשב כחיובי, שכן הוא פועל באותה הקוטביות של $v_R(t)$. מכאן:

$$v_R(t)=v_1(t)-v_2(t)=6+6\sin\left(2\pi 500\times 10^3 t\right)-10\sin\left(2\pi 125\times 10^3 t\right)(\mathrm{V})$$

ד. הממוצע של אות סינוס הוא תמיד אפס. הממוצע של אות DC שווה לערך האות עצמו. יש לנו אות DC אחד (משולב בתוך $v_1(t)$). מכאן:

$$U_{\mathrm{av}}=U_{\mathrm{DC}}=6(\mathrm{V})$$

ה. ניעזר בנוסחה לחישוב ערך יעיל של אות מורכב. אנו נתייחס לאות $v_1(t)$ כאל שני אותות נפרדים – אות DC שערכו 6V, ואות סינוס שהתנופה שלו 6V. נזכיר כי הערך היעיל של אות סינוס, שווה לתנופה שלו חלקי $\sqrt{2}$. נציין כי בנוסחה בה נעשה שימוש מיד, יש להציב תמיד את כל הערכים בסימן חיובי. מכאן:

$$U_{R(\mathrm{rms})}=\sqrt{U_{\mathrm{DC}}^2+U_{\mathrm{rms}_1}^2+U_{\mathrm{rms}_2}^2}=\sqrt{6^2+\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2}=10.198\ (\mathrm{V})$$

ו. את **ההספק הממוצע** מחשבים תמיד בעזרת הערך **היעיל**. מכאן:

$$P_{R_{(\mathrm{av})}}=\frac{U_{R(\mathrm{rms})}^2}{R}=\frac{10.198^2}{10}=10.4(\mathrm{W})$$